

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МІЖНАРОДНОЇ ТОРГІВЛІ

**М. С. Гончар¹, О. П. Довжик¹, А. С. Жохін¹, В. Г. Козирський¹,
 А. П. Махорт¹**

¹Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, Київ, Україна
*mhonchar@i.ua, dovzhyk@bitp.kyiv.ua, aszhokhin@bitp.kyiv.ua, kozyrski@bitp.kyiv.ua,
 map@bitp.kyiv.ua*

Наведено основні положення математичної моделі світової торгівлі на ґрунті теорії загальної економічної рівноваги. Дана модель запропонована М.С.Гончарем і базується на математичних дослідженнях [1, 2]. Модель дає можливість описати рівноважні стани з надлишковою пропозицією і побудувати алгоритм знаходження рівноважного стану з найменшою надлишковою пропозицією через розв'язання певної задачі квадратичного програмування.

Товари описуємо вектором $x = (x_1, \dots, x_n)$, де x_i – кількість одиниць i -го товару. Якщо ϵ_i – одиниця його виміру, то $x_i\epsilon_i$ – його натуральна кількість. Ціну одиниці товару ϵ_i , $i = \overline{1, n}$ позначаємо p_i . Тоді $p = (p_1, \dots, p_n)$ – вектор цін, що відповідає вектору товарів $(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n)$.

Нехай i_{kj}^s – кількість одиниць імпорту s -го товару з j -ї країни до країни k і $p_s i_{kj}^s$ – її вартість. Нехай також e_{kj}^s – кількість одиниць експорту s -го товару з k -ї до j -ї країни і $p_s e_{kj}^s$ – її вартість. Маючи ці дані, введемо матриці попиту $\|c_{sk}^1\|_{s=1, k=1}^{n, M}$ й пропозиції $\|b_{sk}^1\|_{s=1, k=1}^{n, M}$ (у натуральних показниках)

$$c_{sk}^1 = \sum_{j=1}^M i_{kj}^s, b_{sk}^1 = \sum_{j=1}^M e_{kj}^s, s = \overline{1, n}, k = \overline{1, M},$$

і вектор пропозиції $\psi^1 = \{\psi_s^1\}_{s=1}^n$, де

$$\psi_s^1 = \sum_{k=1}^M b_{sk}^1, s = \overline{1, n}.$$

Прибуток k -ї країни з її експорту дає формула

$$D_k(p) = \sum_{s=1}^n p_s b_{sk}^1.$$

У цих позначеннях умови економічної рівноваги в моделі міжнародної торгівлі мають вираз

$$\sum_{k=1}^M c_{sk}^1 \frac{D_k(p)}{n} \leq \psi_s^1, s = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Реальні статистичні дані про торгівлю подано у вартісній формі, тому й систему нерівностей (1) зручно подати у вартісній формі

$$\sum_{k=1}^M c_{sk} \frac{D_k}{n} \leq \psi_s, s = \overline{1, n}. \quad (2)$$

де $c_{sk} = p_s c_{sk}^1$, $b_{sk} = p_s b_{sk}^1$, $\psi_s = p_s \psi_s^1$, $D_k = \sum_{j=1}^M \sum_{s=1}^n p_s e_{kj}^s$. Вектор $c_k = \{c_{sk}\}_{s=1}^n$, $k = \overline{1, M}$, – вектор попиту k -ї країни, а вектор $b_k = \{b_{sk}\}_{s=1}^n$, $k = \overline{1, M}$, – її вектор пропозиції.

Система нерівностей (2) має виконуватись для кожного рівноважного вектора цін. Важливим моментом є наявність чи відсутність нульового торгового сальдо. Введемо відносний вектор цін $p_0 = \{p_1^0, \dots, p_n^0\}$, що задовольняє нерівності

$$\sum_{k=1}^M c_{sk} \frac{\sum_{s=1}^n p_s^0 b_{sk}}{\sum_{s=1}^n p_s^0 c_{sk}} \leq \psi_s, s = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Цей відносний рівноважний вектор $p_0 = \{p_1^0, \dots, p_n^0\}$ характеризує відхилення моделі від стану рівноваги. Причина його виникнення така: для рівноважного вектора цін мало б виконуватись $p_i^0 = 1$, $i = \overline{1, n}$ з нульовим торговим сальдо між країнами, а нерівності (2) мали б перетворитись на рівності. Це ідеал. Натомість, щоб виявити чинники, які порушують торговельний баланс (зокрема, в разі застосування деякими країнами екстра мит) і дестабілізують стан речей, якраз і потрібно розв'язувати систему нерівностей (3).

Нерівності в системі (3) означають наявність надлишкової пропозиції. Подамо алгоритм побудови рівноважних цінових векторів з надлишковою пропозицією. Рівноважний вектор цін, що частково здійснило кліринг ринку, задовольняє систему рівнянь

$$\sum_{k=1}^M c_{sk} \frac{\sum_{s=1}^n p_s^0 b_{sk}}{\sum_{s=1}^n p_s^0 c_{sk}} = \sum_{i=1}^M b_{ki}, k \in I. \quad (4)$$

Введено вектор дійсного споживання цін $\bar{\psi}$, який дає змогу оцінити рівень рецесії

$$R = \frac{\sum_{s=1}^n p_s^1 (\psi_k - \bar{\psi}_k)}{\sum_{s=1}^n p_s^1 \psi_k} = \frac{\sum_{k \in N \setminus I} (\psi_k - \bar{\psi}_k)}{\sum_{k \in N \setminus I} \psi_k}. \quad (5)$$

- [1] Gonchar N.S., Mathematical foundations of information economics. Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kyiv, 2008, 468 pp.
- [2] Gonchar N.S., Dovzhyk O.P., Zhokhin A.S., Kozyrski W.H., Makhort A.P., A new look at the analysis of world trade and global economy, *Cybernetics and System Analysis* **61** (2025), 3, 411–433.