

# РЕГУЛЯРИЗАЦІЯ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ, НЕ РОЗВ'ЯЗАНОЇ ВІДНОСНО ПОХІДНОЇ

С. М. Чуйко<sup>1,2,3</sup>, О. В. Несмелова<sup>3</sup>, В. О. Кузьміна<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Max Planck Institute for Dynamics of Complex Technical Systems, Magdeburg, Germany,

<sup>2</sup>Донбаський державний педагогічний університет, Слов'янськ, Україна,

<sup>3</sup>Інститут прикладної математики і механіки НАН України, Черкаси, Україна.

*chujko-slav@ukr.net, star-o@ukr.net, vladakuzmina765657@gmail.com*

Нами досліджено задачу про побудову розв'язку

$$y(t) \in \mathbb{D}^2[a; b], \quad y'(t) \in \mathbb{L}^2[a; b]$$

інтегро-диференціальної крайової задачі для типу Фредгольма з виродженим ядром, не розв'язаної відносно похідної [1–3]

$$A(t)y'(t) = B(t)y(t) + \Phi(t) \int_a^b F(y(s), y'(s), s) ds + f(t), \quad \ell y(\cdot) = \alpha, \quad \alpha \in \mathbb{R}^v. \quad (1)$$

Розв'язок крайової задачі (1) шукаємо в околі розв'язку  $y_0(t) \in \mathbb{D}^2[a; b]$ ,  $y'_0(t) \in \mathbb{L}^2[a; b]$  породжуючої нетерової  $n \neq v$  крайової задачі

$$A(t)y'_0(t) = B(t)y_0(t) + f(t), \quad \ell y_0(\cdot) = \alpha. \quad (2)$$

Тут  $A(t), B(t) \in \mathbb{L}_{n \times n}^2[a; b] := \mathbb{L}^2[a; b] \otimes \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\Phi(t) \in \mathbb{L}_{n \times m}^2[a; b]$ ,  $f(t) \in \mathbb{L}^2[a; b]$ ;  $\ell y(\cdot) : \mathbb{D}^2[a; b] \rightarrow \mathbb{R}^v$  — лінійний обмежений векторний функціонал, визначений на просторі  $\mathbb{D}^2[a; b]$   $n$ -вимірних абсолютно неперервних на відріжку  $[a, b]$  функцій. Матрицю  $A(t)$  припускаємо прямокутною, або ж квадратною, але виродженою. Вектор-функція  $F(y(t), y'(t), t)$  лінійна за розв'язком  $y(t)$  крайової задачі (1) та його похідною  $y'(t)$ , а також неперервна за третім аргументом на відріжку  $[a; b]$ ;  $\ell y(\cdot) : \mathbb{D}^2[a; b] \rightarrow \mathbb{R}^v$  — лінійний обмежений векторний функціонал, визначений на просторі  $\mathbb{D}^2[a; b]$   $n$ -вимірних абсолютно неперервних на відріжку  $[a, b]$  функцій [1]. Знайдено конструктивні умови регуляризації та схему знаходження розв'язків лінійної нетерової інтегро-диференціальної крайової задачі для рівняння типу Фредгольма з виродженим ядром, не розв'язаної відносно похідної [3].

Другий автор був підтриманий Національним фондом досліджень України в рамках проекту №2025.07/0014 «Сучасні проблеми математичного аналізу і геометричної теорії функцій».

## Література

- [1] Boichuk A. A., Samoilenko A. M. Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems; 2-th edition, Berlin; Boston, De Gruyter, 2016, 298 pp.
- [2] Samoilenko A. M., Boichuk A. A., Krivosheya S. A. Boundary value problems for systems of integro-differential equations with degenerate kernel, *Ukr. Math. J.* **48** (1996), no. 11, 1785–1789.
- [3] Chuiko S. M., Nesmelova O. V., Kuz'mina V. O. On regularization of an integro-differential boundary value problem unsolved with respect to the derivative, by perturbing the boundary condition, *J. Math. Sci.* **299** (2026), no. 1, 1–10.