Марковське зображення чисел і його застосування

Д. М. Сергійко[1]

[1]Український державний університет імені Михайла Драгоманова, Київ, Україна

21fmf.d.serhiiko@std.npu.edu.ua

Нехай $A_3 \equiv \{0,1,2\}$ – алфавіт, $L = A \times A \times ...$ – простір послідовностей елементів алфавіту, (q_0, q_1, q_2) – фіксований набір додатних чисел такий, що $q_0 + q_1 + q_2 = 1$, $||q_{ij}||$ – стохастична матриця ($q_{ij} > 0, i, j \in A_3$). Тоді *для довільного* $x \in [0;1]$ *існує послідовність* $(\alpha_n) \in L$ *така, що*

$$x = \sum_{i=0}^{\alpha_1 - 1} q_i + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{\alpha_k \alpha_{k+1}} \prod_{j=1}^{k-1} q_{\alpha_j \alpha_{j+1}} = \Delta^{M_3}_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n \ldots}, \quad \beta_{\alpha_k \alpha_{k+1}} \equiv q_{\alpha_1} \sum_{i=0}^{\alpha_{k+1}-1} q_{\alpha_k i} \qquad (1).$$

Розклад числа в ряд (1) називається *марковським трисимвольним представленням* числа x, а запис $\Delta^{M_3}_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n \ldots}$ — *марковським трисимвольним зображенням.*

Об'єктом розгляду є функція f, означена на $[0;1]$ рівністю

$$f(x = \Delta^{M_3}_{\alpha_1 \ldots \alpha_n \ldots}) = \gamma_1 g_{1-\gamma_1} + \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_{k+1} g_{\gamma_k [1-\gamma_{k+1}]} \prod_{j=1}^{k-1} g_{\gamma_j \gamma_{j+1}} = \Delta^{M_2}_{\gamma_1 \ldots \gamma_n \ldots},$$

$$\gamma_1 = \begin{cases} 0, \text{ при } \alpha_1 = 0, \\ 1, \text{ при } \alpha_1 \neq 0, \end{cases} \quad \gamma_{n+1} = \begin{cases} \gamma_n, \text{ при } \alpha_n = \alpha_{n+1}, \\ 1 - \gamma_n, \text{ при } \alpha_n \neq \alpha_{n+1}, \end{cases} \quad n \in N,$$

$g_0 \in (0;1)$, $g_1 = 1 - g_0$, $||g_{ij}||$ – стохастична матриця 2-го порядку, $g_{ij} > 0$, $i, j \in A_2 = \{0, 1\}$.

Теорема 1. *Функція f є неперервною ніде не диференційовною функцією.*

У доповіді пропонуються результати дослідження структурних, варіаційних та фрактальних властивостей функції f.

1. Маркітан В. П. Фрактальні властивості множин та функцій, пов'язаних з марковським зображенням дійсних чисел, визначеним двічі стохастичною матрицею – Київ, Збірник праць Інституту математики НАН України, т. 14, №4, 2017. – с. 34-48.
2. Луцак В. В. Циліндричне марковське зображенн ядійсних чисел з нескінченним алфавітом та його застосування. – Київ: Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова, серія 1: Фізико-математичні науки, №15, 2013. – с. 188-194.
3. Працьовитий М. В. Сингулярні і фрактальні властивості розподілів випадкових величин, цифри поліосновного зображення яких утворюють однорідний ланцюг Маркова. – Український математичний журнал, 2022. – с. 368-374.
4. Працьовитий М. В. Двосимвольні системи кодування дійсних чисел та їх застосування - Наукова думка, 2022. – 316 с.
5. Працьовитий М. В. Геометрія класичного двійкового зображення дійсних чисел. – Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2012. – 68 с.
6. Працьовитий О. М. Про один специфічний спосіб кодування дійсних чисел та його застосування. – Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, №3, 2008. – с. 57-67.
7. Працьовитий М. В., Барановський О.М., Маслова Ю.П. Узагальнення Трибін-функції // Нелінійні коливання. – №3(2019), т.22. – с. 380-390.