

ПРО РОЗМІРНІСТЬ ГАУСДОРФА-БЕЗИКОВИЧА ОДНІЄЇ МНОЖИНИ ЗАДАНОЇ В ТЕРМІНАХ ЛАНЦЮГОВОГО A_2 -ПРЕДСТАВЛЕННЯ

О. П. Макарьчук

Інститут математики НАН України, Київ, Україна

makolpet@gmail.com

Нехай $0 < \alpha_1 < \alpha_2$, $\alpha_1\alpha_2 = \frac{1}{2}$. Відомо [1], що для кожного числа $t \in [\alpha_1; \alpha_2]$ існує послідовність (b_n) така, що $b_n \in \{\alpha_1; \alpha_2\}$ для кожного натурального n та виконується рівність:

$$t = [0; b_1, \dots, b_k, \dots],$$

де $[0; b_1, \dots, b_k, \dots]$ — ланцюговий дріб з елементами b_n . Відповідне зображення числа t називається ланцюговим A_2 -зображенням.

Позначимо

$$\beta_1 = \frac{\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 + 4}}{2}, \quad \beta_2 = \frac{\alpha_2 + \sqrt{\alpha_2^2 + 4}}{2}.$$

Для кожного $t \in [\beta_1; \beta_2]$ розглянемо множину

$$K(\alpha_1; t) = \{x = [0; a_1, a_2, \dots, a_n, \dots] \mid \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{q_n(a_1; a_2; \dots; a_n)} = t\},$$

де $q_n(a_1; a_2; \dots; a_n)$ є знаменниками відповідних підхідних дробів для числа x . Під $\alpha_0(M)$ будемо розуміти розмірність Гаусдорфа-Безиковича множини M . Для кожного $x \in (0; 1)$ позначимо

$$f(x) = \frac{x\alpha_1 + (1-x)\alpha_2 + \sqrt{(x\alpha_1 + (1-x)\alpha_2)^2 + 4}}{2}.$$

В роботі [2] було показано, що для довільного $x \in (0; 1)$ виконується нерівність

$$\alpha_0(K(\alpha_1; f(x))) \geq -\frac{x \ln(x) + (1-x) \ln(x)}{\ln(f(x))}.$$

Теорема 1. Для кожного $t \in [\beta_1; \sqrt{\beta_1\beta_2}]$ виконується нерівність

$$\alpha_0(K(\alpha_1; t)) \leq -\frac{\rho_t \ln(\rho_t) + (1-\rho_t) \ln(\rho_t)}{2t},$$

де

$$\rho_t = \frac{\ln(t) - \ln(\beta_2)}{\ln(\beta_1) - \ln(\beta_2)}.$$

Робота була підтримана грантом Simon Foundation (1290607, M.O.P.).

1. Дмитренко С. О., Кюрчев Д. В., Працьовитий М. В. Ланцюгове A_2 -зображення дійсних чисел та його геометрія. Укр. мат. журн. — 2009. — Т. 21, № 4. — С. 452–463.
2. Працьовитий М. В., Кюрчев Д. В. Сингулярність розподілу випадкової величини, зображеної ланцюговим A_2 -дробом з незалежними елементами. Теорія ймовір. та матем. статист. — 2009. — Т. 21. — С. 139–154.