

# ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ НЬЮТОНА-КАНТОРОВИЧА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ МАТРИЧНИХ РІВНЯНЬ

С. М. Чуйко<sup>1,2,3</sup>, К. С. Шевцова<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Max Planck Institute for Dynamics of Complex Technical Systems, Magdeburg, Germany,

<sup>2</sup>Донбаський державний педагогічний університет, Слов'янськ, Україна,

<sup>3</sup>Інститут прикладної математики і механіки НАН України, Слов'янськ, Україна.

*chujko-slav@ukr.net, shevtsova19931993@gmail.com*

Вивчення нелінійних матричних рівнянь, зокрема, матричного алгебраїчного рівняння Ріккати [1], пов'язане з численними застосуваннями таких рівнянь при розв'язанні матричного диференціального рівняння Ріккати [2], теорії нелінійних коливань, у механіці, біології, радіотехніці, теорії керування та стійкості руху [3]. Для знаходження наближень до розв'язків нелінійних матричних рівнянь у випадку невідомої квадратної матриці застосовний метод Ньютона [4,5]. У випадку невідомої прямокутної матриці класичний метод Ньютона застосовувати не можна. У цьому випадку для знаходження наближень до розв'язків нелінійних матричних рівнянь у випадку невідомої прямокутної матриці нами використовується метод Ньютона – Канторовича [6]. Перевагою цього методу є квадратична збіжність отриманих нами ітераційних схем. Крім того, нами суттєво використовується метод декомпозиції Адомяна [7,8] та апарат псевдообернення матриць за Муром-Пенроузом [2, 9, 10, 11, 12, 13].

Отримані ефективні умови збіжності ітераційної схеми для знаходження наближень до розв'язків нелінійних матричних рівнянь у критичному порядку, які суттєво відрізняються від традиційних умов збіжності [2].

Для порівняння ефективності методів Ньютона - Канторовича та методу декомпозиції Адомяна обчислені наближені розв'язки узагальненого матричного алгебраїчного рівняння Ріккати.

Задля демонстрації ефективності знайдених нами конструктивних необхідних і достатніх умов розв'язності та схеми побудови розв'язків нами досліджено приклад узагальненого матричного алгебраїчного рівняння Ріккати.

Отримані нами результати продовжують дослідження О.А. Бойчука та С.А. Кривошеї умов розв'язності та схеми побудови розв'язків традиційного матричного алгебраїчного рівняння Ріккати у критичному порядку [2]. Запропонована у статті схема розв'язання нелінійних рівнянь з використанням методу Ньютона - Канторовича та методу декомпозиції Адомяна може бути використана до розв'язання нелінійних матричних крайових задач для диференціальних рівнянь [2,14].

Наукові дослідження співавтора Шевцової К.С. частково були підтримані грантом Фонду Саймонса № 1160640 за проєктом «Сучасні проблеми чистої та прикладної математики».

Присвячується пам'яті академіка НАН України Олександра Андрійовича Бойчука (30.06.1950 — 20.06.2024).

1. Benner P., Bollhofer M., Kressner D., Mehl C., Stykel T. Numerical Algebra, Matrix Theory, Differential-Algebraic Equations and Numerical Algebra, Matrix Theory, Differential-Algebraic Equations and Control Theory. — 2015. Springer International Publishing, 608 p.

2. Boichuk A. A., Krivosheya S. A. A Critical Periodic Boundary Value Problem for a Matrix Riccati Equations, *Differential Equations*, 2001, 37 (4), pp. 464–471.
3. Бойчук О. А., Чуйко С. М. Конструктивні методи аналізу крайових задач теорії нелінійних коливань. — Київ. Наукова думка, 2023, 232 с.
4. Kantorovich L. W., Akilov G. P. *Funktionalanalysis in normierten Raumen.* — Berlin, Akademie Verlag, 1964. 622 p.
5. Guckenheimer J., Holmes P. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields.* — New York, USA, Applied Mathematical Sciences. Springer-Verlag. 1983, 453 p.
6. Chuiko S. M. To the generalization of the Newton-Kantorovich theorem, *Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University. Ser. mathematics, applied mathematics and mechanics*, 2017, 85 (1), pp. 62–68.
7. Adomian G. A review of the decomposition method in applied mathematics. *Journ. of Math. Math. Anal. and Appl.*, 1988, 135, pp. 501–544.
8. Chuiko S. M., Chuiko O. S., Popov M. V. Adomian decomposition method in the theory of nonlinear boundary-value problems, *Journal of Mathematical Sciences*, 2023, 277 (2), pp. 338–351.
9. Albert A. E. *Regression and the Moore-Penrose Pseudo-Inverse.* — Academic Press Inc., 1972, 180 p.
10. Ben-Israel A., Greville T. N. E. *Generalized inverses: Theory and applications* (2nd ed.). — New York, Springer, 2003, 240 p.
11. Penrose R. A generalized inverse for matrices, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 51 (3), 1955, pp. 406–413.
12. Penrose R. On best approximate solution of linear matrix equations, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 1956, 52 (1), pp. 17–19.
13. Rao C. R., Mitra S. K. *Generalized Inverse of Matrices and its Applications*, New York, John Wiley & Sons, 1971, 240 p.
14. Chuiko S. M. Nonlinear matrix differential-algebraic boundary value problem. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2017, 38 (2), pp. 236–244.