

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ДЕКОМПОЗИЦІЇ АДОМЯНА ДЛЯ НЕЛІНІЙНОЇ НЕАВТОНОМНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ У КРИТИЧНОМУ ВИПАДКУ

С. М. Чуйко^{1,2,3}, М. В. Попов²

¹Max Planck Institute for Dynamics of Complex Technical Systems, Magdeburg, Germany,

²Донбаський державний педагогічний університет, Слов'янськ, Україна,

³Інститут прикладної математики і механіки НАН України, Слов'янськ, Україна.

chujko-slav@ukr.net, ax.nikita@gmail.com

Використовуючи метод декомпозиції Адомяна [1, с. 501, 2, с. 1, 3, с. 338] знайдено конструктивні необхідні і достатні умови розв'язності та схему побудови розв'язків нелінійної неавтономної крайової задачі [4, с. 323] для диференціальної системи в критичному випадку.

Актуальність вивчення нелінійних крайових задач пов'язана з широким застосуванням подібних задач при вивченні неізотермічних хімічних реакцій [4, с. 287, 5, с. 8], а також періодичних процесів у біологічних системах, механіці, радіотехніці, теорії керування, теорії стійкості руху [6, с. 13, 56, 77, 99, 133, 174, 181].

При побудові розв'язків нелінійних крайових задач виникає проблема неможливості знаходження розв'язків в елементарних функціях, яка, у свою чергу, приводить до великих похибок розв'язків нелінійних крайових задач. Подібна проблема була продемонстрована для періодичної задачі для рівняння, яке визначає рух супутника на еліптичній орбіті [7, с. 1280], [8, с.1621], [9, с.850].

Крім того, побудова розв'язків нелінійних крайових задач з використанням методу простих ітерацій [6] значно ускладнюється обчисленням похідних нелінійностей. У статтях [5, с. 1, 8, с. 1621] прискорення збіжності ітераційних досягнуто обчисленням похідних нелінійностей на кожному кроці. Враховуючи зазначене, спрощення обчислень похідних нелінійностей та можливість знаходження розв'язків нелінійних крайових задач, зокрема, періодичних крайових задач, в елементарних функціях можуть бути досягнуті з використанням методу декомпозиції Адомяна [1, с. 501, 2, с. 1, 3, с. 338].

Нами побудовано збіжну ітераційну схему для знаходження наближень до розв'язків нелінійної автономної крайової задачі для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи у критичному порядку. Отримані ефективні умови збіжності ітераційної схеми для знаходження наближень до розв'язків нелінійної крайової задачі, які суттєво відрізняються від традиційних умов збіжності схем [10, с. 44], побудованих на основі методу простих ітерацій. Умови збіжності отриманої ітераційної схеми для знаходження наближень до розв'язків нелінійної крайової задачі у критичному порядку, які суттєво відрізняються від умов збіжності ітераційних схем, побудованих на основі методу мажоруючих рівнянь Ляпунова [10, с. 44] та відповідають методу Адомяна [1, с. 501, 2, с. 1, 3, с. 338, 11, с. 225, 12, с. 1212]. Задля демонстрації ефективності знайдених нами конструктивних умов розв'язності та схеми побудови розв'язків нелінійних крайових задач досліджено задачу про знаходження періодичних розв'язків нелінійного рівняння коливань маятника. У цьому прикладі у критичному порядку отримані перші три наближення до розв'язку нелінійного рівняння коливань маятника доведена практична збіжність побудованих наближень до розв'язку нелінійного рівняння коливань маятника.

Отримані нами результати продовжують дослідження умов розв'язності та схеми побудови розв'язків нелінійної автономної крайової задачі для традиційної диференціальної

системи у критичному порядку [7, с. 46], [8, с.850], [11, с. 1203], [12, с.3].

Присвячується пам'яті академіка НАН України Олександра Андрійовича Бойчука (30.06.1950 — 20.06.2024).

1. Adomian G. A review of the decomposition method in applied mathematics. *Journ. of Math. Math. Anal. and Appl.*, 1988, 135, P. 501–544.
2. Mac M., Leung C.S., Harko T. A brief introduction to the Adomian decomposition method. *Romanian Astron. Journ.*, 2019, 1, P. 1–41.
3. Chuiko S. M., Chuiko O. S., Popov M. V. Adomian decomposition method in the theory of nonlinear boundary-value problems, *Journal of Mathematical Sciences*, 2023, 277 (2), P. 338–351.
4. Benner P., Seidel-Morgenstern A., Zuyev A. Periodic switching strategies for an isoperimetric control problem with application to nonlinear chemical reactions, *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 69, P. 287–300.
5. Benner P., Chuiko S., Zuyev A. A periodic boundary value problem with switchings under nonlinear perturbations, *Boundary Value Problems*, 2023, 50, P. 1–12.
6. Бойчук О. А., Чуйко С. М. Конструктивні методи аналізу крайових задач теорії нелінійних коливань. Київ. Наукова думка, 2023, 232 с.
7. Samoilenko A. M., Chuiko S. M., Starkova O. V. Nonlinear boundary-value problem that is not solved with respect to the derivative, *Ukrainian Mathematical Journal*, 2020, 72 (8), P. 1280–1293.
8. Chuiko S., Nesmelova O. Periodic boundary-value problem for a Rayleightype equation unsolved with respect to the derivative, *Ukrainian Mathematical Journal*, 2024, 75(10), P. 1621–1633.
9. Шлапак Ю. Д. О периодических решениях нелинейных уравнений второго порядка, не разрешенные относительно старшей производной, *Укр. мат. журн.*, 1974, 26 (6), С. 850–854.
10. Lykova O. B. Boichuk A. A. Construction of periodic solutions of nonlinear systems in critical cases, *Ukrainian Mathematical Journal*, 1988, 40 (1), P. 51–58.
11. Adomian G. Convergent series solution of nonlinear equations, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1984, 11, P. 225–230.
12. Boichuk O. A., Chuiko S. M., Diachenko D. D. Adomian's decomposition method in the theory of nonlinear autonomous boundary-value problems, *Ukrainian Mathematical Journal*, 2023, 75 (8), P. 1203–1218.