

НЕЛІНІЙНІ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ КРАЙОВІ ЗАДАЧІ, НЕ РОЗВ'ЯЗАНІ ВІДНОСНО ПОХІДНОЇ

С. М. Чуйко^{1,2,3}, В. О. Кузьміна³

¹Max Planck Institute for Dynamics of Complex Technical Systems, Magdeburg, Germany,

²Донбаський державний педагогічний університет, Слов'янськ, Україна,

³Інститут прикладної математики і механіки НАН України, Слов'янськ, Україна.

chujko-slav@ukr.net, vlada765657@gmail.com

Інтерес до вивчення інтегро-диференціальних систем пов'язаний з численними застосуваннями подібних систем в економіці, механіці, теорії керування, а також, при вивченні динаміки популяцій [1,2,3]. Характерною особливістю задачі Коші для лінійної інтегро-диференціальної системи, а також суттєвою відмінністю її від традиційної задачі Коші для лінійної інтегро-диференціальної системи, є, взагалі кажучи, її нерозв'язність для довільної неоднорідності і довільного початкового значення [4]; у випадку розв'язності задачі Коші для лінійної інтегро-диференціальної системи, не розв'язаної відносно похідної, її розв'язок, у загальному випадку залежить від довільної неперервної вектор-функції [3,5]. Нами запропоновано оригінальні умови розв'язності, а також схему знаходження розв'язків лінійної нетерової інтегро-диференціальної крайової задачі, не розв'язаної відносно похідної, при цьому істотно використовується техніка псевдообернення матриць за Муром–Пенроузом [1,6,7,8,9].

Досліджена нами задача продовжує дослідження умов розв'язності лінійних нетерових крайових задач, наведених у монографіях А.М. Самойленка та О.А. Бойчука [1,10]. З іншого боку, дослідження крайових задач для інтегральних рівнянь пов'язане з вивченням диференціально-алгебраїчних крайових задач, започаткованим у роботах К. Вейерштрасса, М.М. Лузіна та Ф.Р. Гантмахера [11,12]. Систематичному вивченню диференціально-алгебраїчних крайових задач присвячені роботи С. Кемпбелла, Ю.Є. Бояринцева, В.Ф. Чистякова, А.М. Самойленка, М.О. Перестюка, В.П. Яковця, О.А. Бойчука, А. Ілчманна та Т. Рейса [5,6,13,14].

Для знаходження розв'язку нелінійної інтегро-диференціальної крайової задачі, не розв'язаної відносно похідної, на основі модифікації метода Ньютона–Канторовича [15,16,17] побудовано ітераційну схему із квадратичною збіжністю. Задля обґрунтування квадратичної збіжності модифікованого методу Ньютона–Канторовича у випадку недовизначеної системи запропоновано оригінальні умови збіжності. Отримані результати нами перенесено на нелінійні інтегро-диференціальні крайові задачі, не розв'язані відносно похідної, в тому числі, на інтегро-диференціальні крайові задачі з відхиленням аргументу.

Як приклади застосування запропонованих ітераційних схем, знайдені наближення до розв'язків нелінійних інтегро-диференціальних крайових задач, не розв'язаних відносно похідної. Продemonстровано, що точність знайдених за методом простих ітерацій наближень до розв'язку задачі Коші для нелінійного інтегро-диференціального рівняння, не розв'язаного відносно похідної, значно менша, ніж точність наближень до розв'язку задачі Коші для нелінійного диференціально-алгебраїчного рівняння, знайдених за допомогою методу Ньютона [15,16,17].

Наукові дослідження співавтора Кузьміної В.О. частково були підтримані Грантом від Європейської федерації академій наук та гуманітарних наук (ALLEA) EFDS-FL2-08. Крім того, отримані в дисертації результати були підтримані грантом "Constructive methods for reconstruction of nonlinear boundary-value problems with application in medical research and

image reconstruction який виконувався в рамках двосторонньої Угоди між Австрійською академією наук та Національною академією наук України.

Присвячується пам'яті академіка НАН України Олександра Андрійовича Бойчука (30.06.1950 — 20.06.2024).

1. Boichuk A. A., Samoilenko A. M. Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems; 2-th edition. — Berlin; Boston: De Gruyter, 2016, 298 p.
2. Самойленко А. М., Бойчук О. А., Кривошея С. А. Крайові задачі для систем лінійних інтегро-диференціальних рівнянь типу Фредгольма з виродженим ядром. Укр. мат. журн., 1996, 48, Р. 1576–1579.
3. Boichuk A. A., Chuiko S. M., Kuzmina V. O. Nonlinear integrodifferential boundary-value problems with delay unsolved with respect to the derivative. Ukrains'kyi Matematychni Zhurnal, 2023, 74, P. 1334–1347.
4. Boichuk A. A., Holovats'ka I. A. Weakly nonlinear systems of integrodifferential equations, Journal of Mathematical Sciences, 2014, 201 (3), pp. 288–295.
5. Chuiko S. M. On a reduction of the order in a differential-algebraic system. Journal of Mathematical Sciences, 235, 1, 2018, pp. 2–14.
6. Benner P., Bollhofer M., Kressner D., Mehl C., Stykel T. Numerical Algebra, Matrix Theory, Differential-Algebraic Equations and Numerical Algebra, Matrix Theory, Differential-Algebraic Equations and Control Theory. — 2015. Springer International Publishing, 608 p.
7. Albert A. E. Regression and the Moore-Penrose Pseudo-Inverse. — Academic Press Inc., 1972, 180 p.
8. Ben-Israel A., Greville T. N. E. Generalized inverses: Theory and applications (2nd ed.). — New York, Springer, 2003, 240 p.
9. Penrose R. A generalized inverse for matrices, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 51 (3), 1955, pp. 406–413.
10. Бойчук О. А., Чуйко С. М. Конструктивні методи аналізу крайових задач теорії нелінійних коливань. — Київ. Наукова думка, 2023, 232 с.
11. Gantmacher F. R. The Theory of Matrices. — AMS Chelsea Publishing: Reprinted by American Mathematical Society, 2000, 660 p.
12. Weierstrass K. Zur theorie der bilinearen und quadratischen formen, Monatsh. Akad. Wiss. Berlin, 1867, pp. 310–338.
13. Campbell S. L. Singular Systems of differential equations. — Pitman Advanced Publishing Program, 1980, 178 p.
14. Campbell S. L. Singular Systems of differential equations II. — Pitman Advanced Publishing Program, 1982, 236 p.
15. Kantorovich L. W., Akilov G. P. Funktionalanalysis in normierten Raumen. — Berlin, Akademie Verlag, 1964. 622 p.
16. Guckenheimer J., Holmes P. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields. — New York, USA, Applied Mathematical Sciences. Springer-Verlag. 1983, 453 p.
17. Chuiko S. M. To the generalization of the Newton-Kantorovich theorem, Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University. Ser. mathematics, applied mathematics and mechanics, 2017, 85 (1), pp. 62–68.