ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ДЕКОМПОЗИЦІЇ АДОМЯНА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ АВТОНОМНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ НЕВИРОДЖЕНОЇ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-АЛГЕБРАЇЧНОЇ СИСТЕМИ

С. М. Чуйко[1,2,3], Д. Д. Д'яченко[2]

[1]Max Planck Institute for Dynamics of Complex Technical Systems, Magdeburg, Germany,

[2]Донбаський державний педагогічний університет, Слов'янськ, Україна,

[3]Інститут прикладної математики і механіки НАН України, Слов'янськ, Україна.

chujko-slav@ukr.net, dyachenkodaria2016@gmail.com

Використовуючи метод декомпозиції Адомяна [1, с, 501, 2, с. 1, 3, с. 338] знайдено конструктивні необхідні і достатні умови розв'язності та схему побудови розв'язків нелінійної автономної крайової задачі [4, с. 323] для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи [5, 6, с. 3] у критичному випадку. Основною відмінністю, як лінійної, так і нелінійної диференціально-алгебраїчної системи [6, с. 3] є суттєва залежність шуканого розв'язку від довільної неперервної функції. Цей факт суттєво урізноманітнює класифікацію крайових задач для диференціально-алгебраїчних систем [6, с. 3].

Автономна крайова задача для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи у критичному випадку суттєво відрізняється від аналогічних неавтономних крайових задач; тим, що довжина проміжку, на якому визначений розв'язок нелінійної крайової задачі для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи, взагалі кажучи, невідомий [4, с. 323, 7, с. 105] і підлягає знаходженню у процесі побудови розв'язку. Цей факт у критичному випадку перетворює традиційну фредгольмову неавтономну крайову задачу для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи на нетерову автономну крайову задачу для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи.

Нами побудовано збіжну ітераційну схему для знаходження наближень до розв'язків нелінійної автономної крайової задачі для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи у критичному порядку. Отримані ефективні умови збіжності ітераційної схеми для знаходження наближень до розв'язків нелінійної автономної крайової задачі для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи у критичному порядку, які суттєво відрізняються від традиційних умов збіжності схем [7, с. 44], побудованих на основі методу простих ітерацій. Умови збіжності отриманої ітераційної схеми для знаходження наближень до розв'язків нелінійної автономної крайової задачі для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи у критичному порядку, які суттєво відрізняються від умов збіжності ітераційних схем, побудованих на основі методу мажоруючих рівнянь Ляпунова [7, с. 46, 8, с. 51] та відповідають методу Адомяна [1, с, 501, 2, с. 1, 3, с. 338, 9, с. 225, 10, с. 1212].

Задля демонстрації ефективності знайдених нами конструктивних необхідних і достатніх умов розв'язності та схеми побудови розв'язків нелінійної автономної крайової задачі [4, с. 323] для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи [5, 6, с. 3] у критичному порядку нами побудовано приклад крайової задачі для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи з квадратичною нелінійністю. У цьому прикладі у критичному порядку отримані перші три наближення до розв'язку нелінійної автономної крайової задачі для невиродженої диференціально-алгебраїчної системи доведена практична збіжність побудованих наближень до розв'язку нелінійної автономної крайової задачі, а також отримана оцінка проміжку значень малого параметру, для яких зберігається збіжність побудованих наближень. Отримані нами результати продовжують дослідження умов розв'язності та схеми побудови розв'язків нелінійної автономної крайової задачі для традиційної диференціальної системи у критичному порядку [7, с. 46, 11, с. 1203, 12, с.3].

Присвячується пам'яті академіка НАН України Олександра Андрійовича Бойчука (30.06.1950 — 20.06.2024).

1. Adomian G. A review of the decomposition method in applied mathematics. Journ. of Math. Math. Anal. and Appl., 1988, 135, P. 501-–544.
2. Mac M., Leung C. S., Harko T. A brief introducion to the Adomian decomposition method. Romanian Astron. Journ, 2019, 1, P. 1-–41.
3. Chuiko S. M., Chuiko O. S., Popov M. V. Adomian decomposition method in the theory of nonlinear boundary-value problems, Journal of Mathematical Sciences, 2023, 277 (2), P. 338-–351.
4. Vejvoda O. On perturbed nonlinear boundary value problems. Czechoslovak Mathematical Journal, 1961, 11 (3), P. 323-–364.
5. Benner P., Bollhofer M., Kressner D., Mehl C., Stykel T. Numerical Algebra, Matrix Theory, Differential-Algebraic Equations and Numerical Algebra, Matrix Theory, Differential-Algebraic Equations and Control Theory. Springer International Publishing, 2015, 608 p.
6. Chuiko S. M. On a reduction of the order in a differential-algebraic system. Journal of Mathematical Sciences, 2018, 235 (1), P. 2-–14.
7. Бойчук О. А., Чуйко С. М. Конструктивні методи аналізу крайових задач теорії нелінійних коливань. Київ, Наукова думка, 2023, 232 с.
8. Lykova O. B. Boichuk A. A. Construction of periodic solutions of nonlinear systems in critical cases. Ukrainian Mathematical Journal, 1988, 40 (1), P. 51-–58.
9. Adomian G. Convergent series solution of nonlinear equations, Journal of Computational and Applied Mathematics, 1984, 11, P. 225-–230.
10. Boichuk O. A., Chuiko S. M., Diachenko D. D. Adomian's decomposition method in the theory of nonlinear autonomous boundary-value problem. Ukrainian Mathematical Journal, 2023, 75 (8), P. 1203-–1218.
11. Benner P., Seidel-Morgenstern A., Zuyev A. Periodic switching strategies for an isoperimetric control problem with application to nonlinear chemical reactions, Applied Mathematical Modelling, 2019, 69, P. 287-–300.
12. Benner P., Chuiko S., Zuyev A. A periodic boundary value problem with switchings under nonlinear perturbations, Boundary Value Problems, 2023, 50, P. 1-–12.