

ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ КОВАРІАЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ ДРОБОВОГО БРОУНІВСЬКОГО ПОЛЯ

О. О. Синявська¹

¹Державний вищий навчальний заклад “Ужгородський національний університет”,
Ужгород, Україна

olga.syniavska@uzhnu.edu.ua

Нехай $X(t), t = (t_1, \dots, t_d)$ — випадкове гаусове поле з нульовим математичним сподіванням та коваріаційною функцією

$$r(t, s) = \frac{c}{2} \left(\|t\|^{2H} + \|s\|^{2H} - \|t - s\|^{2H} \right), t, s \in R^d, \quad (1)$$

де $\|t\| = \sqrt{t_1^2 + \dots + t_d^2}$ — евклідова норма вектора $t = (t_1, \dots, t_d)$, $0 < H < 1$ — параметр Хюрста, $c > 0$ — мультиплікативний параметр. Це випадкове поле називають дробовим броунівським полем.

При $d = 1, c = 1$ — це дробовий броунівський рух з параметром Хюрста [1].

У статті [2] побудована консистентна оцінка параметра Хюрста багатопараметричного дробового броунівського поля, а мультиплікативний параметр не оцінювався. Задача оцінювання параметрів c, H дробового броунівського руху за спостереженнями з похибками досліджувалася у роботі [3].

За спостереженнями дробового броунівського поля $\{X(t_1, t_2), (t_1, t_2) \in R^2\}$ у точках $\{(k, j) \in \{0, 1, \dots, n\}\}, n \geq 1$ побудовано консистентні оцінки мультиплікативного параметра c та параметра Хюрста H його коваріаційної функції (1).

Введемо наступні позначення:

$$\Delta_1 X(k, j) = X(k, j) - X(k - 1, j),$$

$$\Delta X(k, j) = X(k - 1, j - 1) - X(k - 1, j) - X(k, j - 1) + X(k, j), k, j \geq 1.$$

Теорема 1. *Статистики*

$$\widehat{C}_n = S_n^{(1)} \quad \text{та} \quad \widehat{H}_n = \log_2 \left(2 - \frac{S_n^{(2)}}{2S_n^{(1)}} \right), n \geq 1,$$

де

$$S_n^{(1)} = \sum_{k,j=1}^n (\Delta_1 X(k, j))^2, \quad S_n^{(2)} = \sum_{k,j=1}^n (\Delta X(k, j))^2,$$

є консистентними оцінками мультиплікативного параметра c та параметра Хюрста H відповідно.

1. Prakasa Rao B. L. S. Statistical Inference for Fractional Diffusion Processes. — Chichester: John Wiley&Sons, 2010, 280 p.
2. Kozachenko Yu. V., Kurchenko O. O. An estimate for the multiparameter FBM. Theory of Stoch. Processes, 1999, 5 (21), 3–4, 113–119.
3. Любова Н. С. Оцінювання параметра Хюрста дробового броунівського руху за спостереженнями з похибками та інтервали надійності. Науковий вісник Ужгородського унів.: сер. Математика і інформатика, 2019, 2 (35), 7–18.