Про одну абсолютно неперевну функцію, що не задовольняє умову Ліпшиця, задану в термінах Q_s^*-представлення дійсних чисел.

Д. Ю. Скакун

Український державний університет імені Михайла Драгоманова

skakund2020@gmail.com

Нехай натуральне число $s>1$, $(q_{0n};q_{1n};...;q_{(s-1)n})$ — послідовність стохастичних векторів з додатними координатами, для яких виконується умова

$$\prod_{n=1}^{+\infty}\max\{q_{0n};q_{1n}\ldots;q_{(s-1)n}\}=0.$$

Добре відомо [2], що для довільного числа $x\in[0;1]$ існує послідовність $\alpha_n\in\{0;...;s-1\}$, для якої виконується рівність

$$x=\beta_{\alpha_1 1}+\beta_{\alpha_2 2}q_{\alpha_1 1}+\ldots+\beta_{\alpha_{n+1}(n+1)}q_{\alpha_1 1}q_{\alpha_2 2}\ldots q_{\alpha_n n}+\ldots, \tag{1}$$

де $\beta_{0n}=0,\beta_{1n}=q_{0n},\ldots,\beta_{(s-1)n}=q_{0n}+...+q_{(s-2)n}$.

Представлення (1) називається Q_s^*-представленням числа x, яке має Q_s^*- зображення вигляду

$$x=\Delta^{Q_s^*}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n\ldots}.$$

Нехай ξ_n — послідовність незалежних випадкових величин, що набувають значень $0,1,...,s-1$ з ймовірностями $p_{0n},p_{1n},...,p_{(s-1)n}$ відповідно. Розглянемо випадкову величину

$$\xi=\Delta^{Q_s^*}_{\xi_1\xi_2\ldots\xi_n\ldots},$$

яка називається випадковою величиною з незалежними Q_s^*-символами. Відомо [1], що розподіл ξ є чистим тобто, або дискретним, або абсолютно неперервним, або сингулярним.

Теорема 1. *Для довільного Q_s^*-представлення, заданого послідовністю стохастичних векторів $(q_{0n};q_{1n};...;q_{(s-1)n})$ існує послідовність стохастичних векторів $(p_{0n};p_{1n};...;p_{(s-1)n})$ така, що $F_\xi(x)$ є абсолютно неперевною та не задовольняє умову Ліпшиця, тобто для довільної сталої $C>0$ існують числа a,b такі, що*

$$|F_\xi(a)-F_\xi(b)|>C|a-b|.$$

1. Працьовитий М. В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. — Київ: Вид-во НПУ імені М.П Драгоманова, 1998, 296 с.
2. Турбин А. Ф.,Працевитый Н. В. Фрактальные множества, функции, распределения. — Киев: Наук.думка, 1992., 208 с.