Про структуру розподілу одного випадкового ряду.

О. П. Макарчук

Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка, Кропивницький, Україна

makolpet@gmail.com

Нехай $s \in N, s > 1$, $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ – збіжний ряд, ξ_n – послідовність незалежних випадкових величин, які набувають значень $0 < a_{0n} < a_{1n} < ... < a_{(s-1)n} < 1$ з ймовірностями $p_{0n}, p_{1n}, ..., p_{(s-1)n}$ відповідно. Розглянемо випадкову величину $\xi = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \xi_n$.

За теоремою Джессена-Вінтнера [1], розподіл ξ є чистим. Деякі випадки розподілу ξ розглядались в роботах [2-4].

Нехай

$$M = \left\{ \sum_{n=1}^{+\infty} b_n a_n | b_n \in \{a_{0n}; a_{1n}; ...; a_{(s-1)n}\} \ \forall n \in N \right\}.$$

Теорема 1. *Нехай послідовність $(s^n |a_n|)$ обмежена.*

Якщо $\lambda(M) = 0$, то розподіл ξ дискретний тоді і тільки тоді, коли

$$\prod_{n=1}^{+\infty} \max\{p_{0n}; p_{1n}; ...; p_{(s-1)n}\} > 0,$$

і сингулярний тоді і тільки тоді, коли

$$\prod_{n=1}^{+\infty} \max\{p_{0n}; p_{1n}; ...; p_{(s-1)n}\} = 0.$$

Якщо $\lambda(M) > 0$, то розподіл ξ дискретний тоді і тільки тоді, коли

$$\prod_{n=1}^{+\infty} \max\{p_{0n}; p_{1n}; ...; p_{(s-1)n}\} > 0,$$

абсолютно неперервний тоді і тільки тоді, коли

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{j=0}^{s-1} (p_{jn} - \frac{1}{s})^2 < +\infty,$$

і сингулярний тоді і тільки тоді, коли

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{j=0}^{s-1} (p_{jn} - \frac{1}{s})^2 = +\infty.$$

1. Jessen B., Wintner A. Distribution function and Riemann Zeta-function. Trans. Amer. Math. Soc., 1935, 38, 48–88.
2. Marsaglia G. Random variables with independent binary digits. Ann. Math. Statist, 1971, 42, 1922–1929.
3. Peres Y., Solomyak B. Absolute continuity of Bernoulli convolutions, a simple proof. Math. Res. Lett., 1996, 3, 2, 231–239.
4. Peres Y., Schlag W., Solomyak B. Sixty years of Bernoulli convolutions. Fractal Geometry and Stochastics II. Progress in Probability, 2000, 46, 39–65.