Про одну систему знаків, розподілену за абсолютно неперервним розподілом.

Р. В. Кривошия

Кропивницький будівельний фаховий коледж, Кропивницький, Україна

vikasvat2013@gmail.com

Нехай s – натуральне число більше за 1, (a_n) – послідовність, складена з елементів множини $A_s = \{0, 1, ..., s-1\}$. Нехай для кожного набору $(b_1, b_2, ..., b_l)$, $(b_j \in A_s,\ j \in \{1, 2, ..., l\})$, $N_k(a_n; (b_1, b_2, ..., b_l))$ – кількість наборів серед

$$(a_1, a_2, ..., a_l), (a_2, b_3, ..., a_{l+1}), ..., (a_{k-l+1}, a_{k-l+2}, ..., a_k)$$

рівних $(b_1, b_2, ..., b_l)$. Аналогічно, нехай $N_k^*(a_n; (b_1, b_2, ..., b_l))$ – кількість наборів серед

$$(a_1, a_2, ..., a_l), (a_{l+1}, b_{l+2}, ..., a_{2l}), ..., (a_{([\frac{k}{l}]-1)l+1}, a_{([\frac{k}{l}]-1)l+2}, ..., a_{([\frac{k}{l}]-1)l+l})$$

рівних $(b_1, b_2, ..., b_l)$.

Послідовність (система) знаків (a_n) називається нормальною за основою s, якщо для кожного набору $(b_1, b_2, ..., b_l)$, $(b_j \in A_s, j \in \{1, 2, ..., l\})$:

$$\lim_{k\to+\infty} \frac{N_k(a_n; (b_1, b_2, ..., b_l))}{k} = \frac{1}{s^l}.$$

Нормальні послідовності знаків досліджувались в роботах [1-2]. Відомо [3], що послідовність знаків (a_n) є нормальною тоді і тільки тоді, коли для кожного набору $(b_1, b_2, ..., b_l)$, де $b_j \in A_s, \forall j \in \{1, 2, ..., l\}$ виконується умова:

$$\lim_{k\to+\infty} \frac{N_k^*(a_n; (b_1, b_2, ..., b_l))}{k} = \frac{1}{s^l}.$$

Для числа

$$x = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{c_n}{s^n}$$

з s-ковими цифрами розглянемо оператор:

$$T(x) = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{c_n}{s^n}.$$

Нехай

$$T_n(x) = \underbrace{T(T(...T(x)))}_{n}.$$

Теорема 1. *Нехай $(p_{0n}, p_{1n}, ..., p_{(s-1)n})$ послідовність стохастичних векторів така, що*

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{j=1}^{n} \left(\left| p_{jn} - \frac{1}{s} \right| \right) < +\infty.$$

Нехай (a_n) *— послідовність знаків така, що для кожного набору* $(b_1, b_2, ..., b_l)$*, де* $b_j \in A_s$*,* $j \in \{1, 2, ..., l\}$*,*

$$\lim_{k\to+\infty} \frac{N_k(a_n; (b_1, b_2, ..., b_l))}{k} = p_{b_1 1} p_{b_2 2} ... p_{b_l l}.$$

Розглянемо число

$$x = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{s^n}.$$

Наступні твердження є вірними:

1) для кожного набору $(b_1, b_2, ..., b_l)$*,* $(b_j \in A_s,\ j \in \{1, 2, ..., l\})$*, виконується умова:*

$$\lim_{k\to+\infty} \frac{N_k^*(a_n; (b_1, b_2, ..., b_l))}{k} = p_{b_1 1} p_{b_2 2} ... p_{b_l l}.$$

2) існує абсолютно неперевна функція розподілу $G(x)$ *така, що для кожного відрізку* $[a; b] \subset [0; 1]$ *виконується умова*

$$\lim_{k\to+\infty} \frac{h_k(a; b)}{k} = G(b) - G(a),$$

де $h_k(a; b)$ *— кількість чисел серед* $\{T_1(x)\}, \{T_2(x)\}, ..., \{T_k(x)\}$*, що належать* $[a; b]$*.*

1. Постников А. Г. Арифметическое моделирование случайных процессов. Тр. МИАН СССР, 1960, 57, 3-84.
2. Шапиро-Пятецкий И. И. О законах распределения дробных долей показательной функции. Изв. АН СССР, сер. матем., 1951, 15, 47-52.
3. Pillai S. S. On normal numbers. Proc. Indian Acad. Sei., sec. A, 1939, 10, 13-15.