

УМОВИ РОЗВ'ЯЗНОСТІ ЗАДАЧІ, ОБЕРНЕНОЇ ДО ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ФРЕДГОЛЬМА

С. М. Чуйко¹, О. С. Чуйко¹, В. О. Кузьміна¹

¹ Донбаський державний педагогічний університет, Слов'янськ, Україна
chujko-slav@ukr.net, alexeychuyko1980@gmail.com, vlada765657@gmail.com

Знайдені умови існування, а також конструкція розв'язку задачі, оберненої до задачі про знаходження розв'язку інтегрально-диференціального рівняння типу Фредгольма з виродженим ядром [1,2,3]

$$y'(t) = Ay(t) + \Phi \int_a^b [By(s) + Cy'(s)] ds \quad (1)$$

за відомим розв'язком цієї задачі

$$y(t) := \varphi(t) \in \mathbb{D}^2[a; b], \quad y'(t) := \varphi'(t) \in \mathbb{L}^2[a; b].$$

Тут $A, B, C, \Phi \in \mathbb{R}^{n \times n}$ — невідомі сталі матриці. У наслідок автономності рівняння (1) можна припустити, що $\Phi := I_n$.

Дотримуючись схеми методу найменших квадратів [4,5], невідомі матриці A, B, C, Φ знайдені з умови мінімізації нев'язки

$$\Delta := \left\| \varphi'(t) - A\varphi(t) - \Phi \int_a^b [B\varphi(s) + C\varphi'(s)] ds \right\|_{\mathbb{L}^2[a,b]}^2 \rightarrow \min.$$

Достатню умову мінімізації величини нев'язки Δ забезпечує додатна визначеність матриці Грама [6,7,8].

1. Boichuk A. A., Samoilenko A. M. Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems; 2-th edition. — Berlin; Boston: De Gruyter, 2016, 298 p.
2. Самойленко А. М., Бойчук О. А., Кривошея С. А. Крайові задачі для систем лінійних інтегро-диференціальних рівнянь типу Фредгольма з виродженим ядром. Укр. мат. журн., 1996, 48, Р. 1576–1579.
3. Boichuk A. A., Chuiko S. M., Kuzmina V. O. Nonlinear integrodifferential boundary-value problems with delay unsolved with respect to the derivative. Ukrains'kyi Matematychniy Zhurnal, 2023, 74, P. 1334–1347.
4. Ахиезер Н. И. Лекции по теории аппроксимации, М.: Наука, 1965, 408 с.
5. Chuiko S. M. On approximate solution of boundary value problems by the least square method, Nonlinear Oscillations (N.Y.), 2008., №4, P. 585 — 604.
6. Gilbert G. T. Positive definite matrices and Sylvester's criterion, The American Mathematical Monthly, 1991, 98, P. 44–46.
7. Chuiko S. M. Conditions for the solvability of the problem inverse to the linear autonomous Noether boundary-value problem, Journal of Mathematical Sciences, 2022, 268, P. 147–156.
8. Чуйко С. М., Чуйко О. С., Кузьміна В. О. Умови розв'язності задачі, оберненої до лінійного автономного інтегро-диференціального рівняння типу Фредгольма з виродженим ядром, Праці ПММ, 36, С. 54–59.