

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ДЕКОМПОЗИЦІЇ АДОМ'ЯНА У ТЕОРІЇ НЕЛІНІЙНИХ АВТОНОМНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

С. М. Чуйко¹, Д. Д. Д'яченко¹

¹ Донбаський державний педагогічний університет, Слов'янськ, Україна
chujko-slav@ukr.net, dyachenkodaria2016@gmail.com

Досліджуємо задачу про побудову аналітичного розв'язку нелінійної автономної крайової задачі [1,2]

$$dz/dt = Az + f + Z(z), \quad t \in [a, b], \quad \ell(z(\cdot)) = \alpha + J(z(\cdot)). \quad (1)$$

Розв'язки задачі (1) шукаємо в малому околі розв'язку породжуючої нетерової ($m \neq n$) крайової задачі

$$dz_0/dt = Az_0 + f, \quad \ell z_0(\cdot) = \alpha.$$

Тут $A - (n \times n)$ – вимірна матриця, $Z(z)$ – нелінійна вектор-функція, аналітична по z у малому околі розв'язку породжуючої задачі, $\ell(z(\cdot))$ – лінійний та $J(z(\cdot))$ – нелінійний векторний функціонали $\ell(z(\cdot)), J(z(\cdot)) : \mathbb{C}[a, b] \rightarrow \mathbb{R}^m$, причому другий функціонал аналітичний за невідомою z у малому околі розв'язку породжуючої задачі, $f \in \mathbb{R}^n$.

Нами отримано конструктивні необхідні і достатні умови розв'язності та ітераційну схему для побудови розв'язків нелінійної автономної крайової задачі (1) для звичайного диференціального рівняння у критичному випадку [1,2] з використанням методу декомпозиції Адомяна [3-5]. При побудові розв'язків нелінійних крайових задач виникає проблема неможливості знаходження розв'язків в елементарних функціях, яка, у свою чергу, приводить до великих похибок розв'язків нелінійних крайових задач. Подібна проблема була продемонстрована для періодичної задачі для рівняння, яке визначає рух супутника на еліптичній орбіті [6]. Крім того, знаходження розв'язків нелінійних крайових задач з використанням методу простих ітерацій [1] ускладнюється обчисленням похідних нелінійностей. Спрощення обчислень похідних нелінійностей та можливість знаходження розв'язків нелінійних крайових задач, зокрема, періодичних крайових задач в елементарних функціях можуть досягнуті з використанням методу декомпозиції Адомяна [3-5]. Ефективність отриманої схеми побудови розв'язків нелінійної автономної крайової задачі (1) продемонстровано на прикладі задачі про знаходження періодичних розв'язків нелінійної моделі руху маятника.

1. Boichuk A. A., Samoilenko A. M. Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems; 2-th edition. — Berlin; Boston: De Gruyter, 2016, 298 p.
2. Boichuk A., Chuiko S. Autonomous Weakly Nonlinear Boundary Value Problems in Critical Cases. *Differential Equations*, 1992, No. 10, 1353–1358.
3. Adomian G. A review of the decomposition method in applied mathematics. *Journ. of Math. Math. Anal. and Appl.*, 1988, 135, 501–544.
4. Mac M., Leung C. S., Harko T. A brief introduction to the Adomian decomposition method. *Romanian Astron. Journ.*, 2019, 1, 1–41.
5. Чуйко С. М., Чуйко О. С., Попов М. В. Метод декомпозиції Адомяна у теорії нелінійних періодичних крайових задач. *Нелінійні коливання*, 2022, 25, 413–425.
6. Samoilenko A. M., Chuiko S. M., Starkova O. V. Nonlinear boundary-value problem that is not solved with respect to the derivative. *Ukrains'kyi Matematychnyi Zhurnal*, 2020, 72, 1280–1293.