

# Реалізації алгебр Лі на прямій та групова класифікація диференціальних рівнянь

Олександра В. ЛОКАЗЮК

Інститут математики НАН України, Київ, Україна

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка, Україна

E-mail: [sasha.lokaziuk@gmail.com](mailto:sasha.lokaziuk@gmail.com)

Алгебраїчний метод групової класифікації бере свій початок від класифікації Лі звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, проте загальноприйнятим інструментом групового аналізу диференціальних рівнянь він став значно пізніше — лише у 1990-х роках.

Алгебраїчний метод при прямому застосуванні до ненормалізованих класів диференціальних рівнянь призводить до так званої попередньої групової класифікації таких класів. Зазвичай цей метод використовують для розв'язання задач групової класифікації класів диференціальних рівнянь із довільними елементами, що залежать від кількох аргументів і для яких прямий метод групової класифікації, включаючи метод розгалуженого розщеплення, є неконструктивним.

Для групової класифікації класів диференціальних рівнянь застосовують удосконалену версію алгебраїчного методу, що базується на нормалізації розглядуваного класу та включає класифікацію придатних підалгебр відповідної алгебри еквівалентності. Цю версію алгебраїчного методу запропоновано в роботах Р.О. Поповича і ефективно використано ним та його співавторами при розв'язанні задач групової класифікації для різних класів диференціальних рівнянь (див., наприклад, огляд у роботах [1,2]).

У доповіді буде продемонстровано ефективність алгебраїчного методу групової класифікації на прикладах  $(1+1)$ -вимірних узагальнених нелінійних рівнянь Клейна–Гордона [1] та нормальних лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку з довільною кількістю залежних змінних [2]. Незважаючи на те, що ці задачі групової класифікації мають дуже довгу історію досліджень, їх вдалося вичерпно розв'язати за допомогою алгебраїчного методу після детального вивчення трансформаційних властивостей відповідних класів та їх підкласів. Об'єднувальним інструментом в обох задачах стало ефективне використання класичної теореми Лі про реалізації скінченновимірних алгебр Лі векторними полями на прямій. Розглянуті методи та підходи дали змогу не лише значно покращити попередні результати щодо лівських симетрій рівнянь із цих класів, а й істотно спростити доведення класифікаційних результатів і перевірку їх достовірності.

## Подяки

Авторка висловлює щире вдячність доктору фізико-математичних наук Вячеславу Миколайовичу Бойку за корисні обговорення та пропозиції. Ця робота була підтримана грантом від Simons Foundation (SFI-PD-Ukraine-00014586, O.V.L.).

## Література

- [1] Boyko V.M., Lokaziuk O.V., Popovych R.O., [Realizations of Lie algebras on the line and the new group classification of  \$\(1+1\)\$ -dimensional generalized nonlinear Klein–Gordon equations](#). *Anal. Math. Phys.* **11** (2021), 127, 38 pp., [arXiv:2008.05460](https://arxiv.org/abs/2008.05460).
- [2] Boyko V.M., Lokaziuk O.V., Popovych R.O., [Admissible transformations and Lie symmetries of linear systems of second-order ordinary differential equations](#), *J. Math. Anal. Appl.* **539** (2024), 128543, 51 pp., [arXiv:2105.05139](https://arxiv.org/abs/2105.05139).