

# Варіанти прямокутних зв'язок з приєднаною одиницею

Олександра Десятерик

(Київський Національний Університет імені Тараса Шевченка)

E-mail: sasha.desyaterik@gmail.com

Розглянемо напівгрупу  $(S, \cdot)$ . Для довільного але фіксованого елемента  $a \in (S, \cdot)$  ми визначимо нову операцію  $*_a$ , яка задається наступною рівністю

$$x *_a y = x \cdot a \cdot y$$

де  $x, y \in S$ . Множина  $S$  з цією операцією теж є напівгрупою, ми будемо позначати її  $(S, *_a)$  і називатимемо *варіант* напівгрупи  $S$ .

Варіанти комутативних зв'язок з нулем уже досліджувалися у [2]. У цій роботі розглянуті варіанти не комутативних зв'язок.

Напівгрупа  $S$  називається *прямокутною зв'язкою*, якщо  $x \cdot y \cdot x = x$  для всіх  $x, y \in S$ .

**Теорема 1.** (Теорема 1.1.3 з [1]) *Нехай  $S$  є напівгрупою. Тоді наступні умови еквівалентні:*

- (1)  $S$  є прямокутною зв'язкою;
- (2) кожен елемент з напівгрупи  $S$  є ідемпотентом, та  $x \cdot y \cdot z = x \cdot z$  для всіх  $x, y, z \in S$ ;
- (3) існують напівгрупа лівих нулів  $L$  та напівгрупа правих нулів  $R$  такі, що  $S \simeq L \times R$ ;
- (4)  $S$  ізоморфна напівгрупі наступного вигляду  $X \times Y$ , де  $X$  і  $Y$  непорожні множини, і множення задається наступним чином

$$(x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = (x_1, y_2).$$

**Теорема 2.** *Нехай  $S$  прямокутна зв'язка та  $(x_i, y_i) \in S$  — довільні елементи. Тоді всі варіанти  $(S, *(x_i, y_i))$  ізоморфні початковій прямокутній зв'язці  $S$ .*

Прямокутна зв'язка  $S$  не має одиниці. Ми розглянемо прямокутну зв'язку з приєднаною одиницею. Ми визначимо

$$1 \cdot (x_i, y_j) = (x_i, y_j) \cdot 1 = (x_i, y_j) \text{ для всіх } (x_i, y_j) \in S, \text{ та } 1 \cdot 1 = 1.$$

Позначимо  $S^1$  прямокутну зв'язку  $S$  з приєднаною одиницею 1.

**Твердження 3.** *Нехай  $x_i$  довільний але фіксований елемент з  $X$ , та  $y_k, y_v \in Y$  довільні елементи. Тоді варіанти  $(S^1, *(x_i, y_k))$  та  $(S^1, *(x_i, y_v))$  ізоморфні.*

**Твердження 4.** *Нехай  $y_i$  довільний але фіксований елемент з  $Y$ , та  $x_k, x_v \in X$  довільні елементи. Тоді варіанти  $(S^1, *(x_k, y_i))$  та  $(S^1, *(x_v, y_i))$  ізоморфні.*

**Теорема 5.** *Усі варіанти прямокутної зв'язки з приєднаною одиницею ізоморфні.*

## ЛІТЕРАТУРА

- [1] John M. Howie. *Fundamentals of semigroup theory*, Oxford University Press. New York, 2003.
- [2] Oleksandra Desiateryk. Variants of commutative bands with zero. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Physics & Mathematics*, №4 : 15–20, 2015.