

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ОТОБРАЖЕНИЯ РИМАНОВЫХ ПРОСТРАНСТВ ВТОРОГО
ПРИБЛИЖЕНИЯ

С. М. Покась

(Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова, Одесса, Украина)
E-mail: pokas@onu.edu.ua

И. И. Белокобыльский

(Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова, Одесса, Украина)
E-mail: indalamar4200@gmail.com

Рассмотрим риманово пространство V_n , отнесенное к произвольной системе координат x^h . В окрестности произвольной фиксированной точки $M_0(x_0^h)$ строим пространство \tilde{V}_n^2 , которое реализует приближение второго порядка для V_n , с метрическим тензором $\tilde{g}_{ij}(y)$ [1]:

$$\tilde{g}_{ij}(y) = g_{ij} + \frac{1}{3} R_{i\alpha\beta j} y^\alpha y^\beta, \quad (1)$$

где

$$g_{ij} = g_{ij}(M_0), R_{i\alpha\beta j} = R_{i\alpha\beta j}(M_0).$$

Для исследования геодезических отображений пространства \tilde{V}_n^2 основные уравнения Н.С. Синюкова [2]

$$\begin{aligned} \tilde{\nabla}_k \tilde{a}_{ij} &= \tilde{\lambda}_{(i} \tilde{g}_{j)k} \\ n \tilde{\nabla}_k \tilde{\lambda}_i &= \tilde{\mu} \tilde{g}_{ik} + \tilde{a}_{\alpha i} \tilde{R}_k^\alpha - \tilde{a}_{\alpha\beta} \tilde{R}_{ik}^{\alpha\beta} \\ (n-1) \tilde{\nabla}_k \tilde{\mu} &= 2(n+1) \tilde{\lambda}_\alpha \tilde{R}_k^\alpha + \tilde{a}_\alpha^\beta (2 \tilde{\nabla}_\beta \tilde{R}_k^\alpha - \tilde{\nabla}_k \tilde{R}_\beta^\alpha) \end{aligned} \quad (2)$$

представлены в эквивалентном виде

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{i\alpha} \frac{\partial \tilde{a}_j^\alpha}{\partial y^k} + \tilde{a}_j^\alpha \tilde{\Gamma}_{\alpha k, i} - \tilde{a}_i^\alpha \tilde{\Gamma}_{jk, \alpha} &= \tilde{\lambda}_{(i} \tilde{g}_{j)k} \\ n \left(\frac{\partial \tilde{\lambda}^\alpha}{\partial y^i} \tilde{g}_{\alpha i} + \tilde{\lambda}^\alpha \tilde{\Gamma}_{\alpha j, i} \right) &= \tilde{\mu} \tilde{g}_{ij} + \tilde{a}_i^\alpha \tilde{R}_{\alpha j} - \tilde{a}_\beta^\alpha \tilde{R}_{ij\alpha}^\beta \\ (n-1) \tilde{\nabla}_k \tilde{\mu} &= 2(n+1) \tilde{\lambda}^\alpha \tilde{R}_{\alpha k} + \tilde{a}_\alpha^\beta (2 \tilde{\nabla}_\beta \tilde{R}_k^\alpha - \tilde{\nabla}_k \tilde{R}_\beta^\alpha) \end{aligned} \quad (3)$$

Исследуя уравнения (3), компонент тензора $\tilde{a}_{ij}(y) = \tilde{g}_{i\alpha} \tilde{a}_j^\alpha$, вектора $\tilde{\lambda}_i = \tilde{\lambda}^\alpha \tilde{g}_{\alpha i}$ и функции $\tilde{\mu}(y)$ получены в виде степенных рядов, коэффициенты которых определены значениями объектов пространства V_n в точке M_0 . Изучается вопрос сходимости полученных рядов.

REFERENCES

- [1] А.В. Крутоголова, С.М. Покась, Л.Г. Цехмейструк "Индукцированные отображения римановых пространств второго приближения" Математичні студії Т41, №2, 2014, стр. 220-224
[2] Н.С. Синюков "Геодезические отображения римановых пространств". М. Наука, 1979г, стр 255