

# Дослідження $T_0$ -топологій на $n$ -елементній множині з вагою $k \in (2^{n-2}, 2^{n-1}]$

Стеганцева Поліна Георгіївна

(Запорізький національний університет, Запоріжжя, Україна)

*E-mail:* stegpol@gmail.com

Скрябіна Анна Вікторівна

(Запорізький національний університет, Запоріжжя, Україна)

*E-mail:* anna\_29\_95@ukr.net

Для дослідження  $T_0$ -топологій використовується їх описання вектором топології – неспадною послідовністю  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$  невід’ємних цілих чисел, яке було запропоноване в роботі [4]. Вагою топології прийнято називати кількість відкритих множин в ній. Всі топології однакової ваги  $k$  утворюють  $k$ -клас топологій. Вектори всіх топологій з вагою  $k \in (2^{n-1}, 2^n]$  знайдено в роботі [4]. В роботах [1]-[3] описані  $T_0$ -топології з вагою  $k \geq 5 \cdot 2^{n-4}$ .

В цій роботі показано, що всі  $k$ -класи топологій на  $n$ -елементній множині з вагою  $k \in [5 \cdot 2^{n-4}, 2^{n-1}]$ , містять принаймні одну  $T_0$ -топологію з наступною властивістю: існує  $(n-1)$ -елементна підмножина, на якій ця топологія індукує близьку до дискретної топологію (в цьому випадку говорять, що топологія узгоджена з близькою до дискретної). Ця властивість дозволяє вказати вектори таких топологій. Знайдено класи, в яких всі топології мають вказану властивість. Крім цього, ми досліджували помічені  $T_0$ -топології з вагою  $k \in (2^{n-2}, 13 \cdot 2^{n-5})$ . Термін двоїста використовується для топології, отриманої з заданої шляхом переходу до доповнень її елементів.

**Теорема.** У класах топологій з вагою  $k \in [13 \cdot 2^{n-5}, 2^{n-1}]$ , за виключенням  $T_0$ -топологій, узгоджених з близькими до дискретних та двоїстими до них, інших топологій немає. Існують класи топологій з вагою  $k \in [5 \cdot 2^{n-4}, 13 \cdot 2^{n-5})$ , які не вичерпуються  $T_0$ -топологіями, узгодженими з близькими до дискретних та двоїстими до них. Існують класи топологій з вагою  $k \in (2^{n-2}, 5 \cdot 2^{n-4})$ , в яких немає жодної топології, узгодженої з близькими до дискретної топологіями.

## ЛІТЕРАТУРА

- [1] R.P. Stanley. On the number of open sets of finite topologies. *Journal of combinatorial theory*, 1971. Vol. 10. P. 74–79.
- [2] Kolli M. Direct and elementary approach to enumerate topologies on a finite set. *Journal of Integer Sequences*, 2007. Vol. 10. Article 07.3.1.
- [3] Kolli M. On the Cardinality of the  $T_0$ -Topologies on a Finite Set. *International Journal of Combinatorics*, 2014. Article ID 798074, 7 pages.
- [4] Величко И. Г., Стеганцева П. Г., Башова Н. П. Перечисление топологий близких к дискретной на конечных множествах. *Известия вузов. Математика*, 2015. № 11. С. 23–31.