

Деякі питання теорії $2F$ -планарних відображенъ псевдоріманових просторів з абсолютно паралельною f -структурою

Н. Г. Коновенко
 (ОНАХТ, Одеса, Україна)
E-mail: ngkonovenko@gmail.com

І. М. Курбатова
 (ОНУ, Одеса, Україна)
E-mail: irina.kurbatova27@gmail.com

Ми продовжуємо вивчення базових питань теорії $2F$ -планарних відображенъ многовидів, які наділені афінорою структурою певного типу [1], [2], [3].

Раніше ми довели, що клас псевдоріманових просторів з абсолютно паралельною f -структурою замкнутий щодо розглянутих відображень, а також що за умовою коваріантної сталості афінора f -структур у відображуваних просторах нетривіальні $2F$ -планарні відображенъ можуть бути трьох типів: повні і канонічні I, II типів. Зараз ми досліджуємо тільки повне $2F$ -планарне відображенъ просторів з абсолютно паралельною f -структурою (V_n, g_{ij}, F_i^h) і $(\bar{V}_n, \bar{g}_{ij}, \bar{F}_i^h)$, яке в загальній за відображенъ системі координат (x^i) характеризується основними рівняннями:

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}_{ij}^h(x) &= \Gamma_{ij}^h(x) + \psi_{(i}\delta_{j)}^h + \phi_{(i}F_{j)}^h + \sigma_{(i}F_{j)}^h, \\ F_i^h(x) &= \bar{F}_i^h(x), \\ F_\alpha^h F_\beta^\alpha F_i^\beta &+ F_i^h = 0, \\ F_{ij}^1 + F_{ji}^1 &= 0, \quad \bar{F}_{ij}^1 + \bar{F}_{ji}^1 = 0, \quad F_{ij}^1 = g_{i\alpha} F_j^\alpha, \quad \bar{F}_{ij}^1 = \bar{g}_{i\alpha} F_j^\alpha, \\ F_{i,j}^1 &= 0, \quad i, h, \alpha, \beta, \dots = 1, 2, \dots, n, \end{aligned}$$

де $\Gamma_{ij}^h, \bar{\Gamma}_{ij}^h$ - компоненти об'єктів зв'язності V_n, \bar{V}_n ; $\psi_i(x), \phi_i(x), \sigma_i(x)$ - деякі ковектори, а дужками позначена операція симетрування, " " - знак коваріантної похідної в V_n .

Тут позначено

$$F_i^h = F_i^h, \quad F_i^h = F_\alpha^h F_i^\alpha.$$

$2F$ ПВ вважається тривіальним, коли $\psi_i = \phi_i = \sigma_i = 0$.

В [3] було виділено класи просторів з абсолютно паралельною f -структурою, що допускають $2F$ -планарне відображенъ на плоский простір, і знайдено їх метрики в спеціальній системі координат.

Далі виникає закономірне питання про те, чи існують інші класи таких просторів, які допускають $2F$ -планарні відображенъ, і як їх знайти. Використовуючи методи, розроблені в теорії геодезичних відображень [4], ми зводимо основні рівняння $2F$ -планарних відображень основного типу до виду, який допускає ефективне дослідженъ - це так звана нова форма основних рівнянь. Використовуючи цю нову форму, ми, зокрема, показали, що псевдорімановий простір з абсолютно паралельною f -структурою, в якому існує конціркулярне [4] або квазіконціркулярне [1] векторне поле, допускає нетривіальне $2F$ -планарне відображенъ основного типу. Доведено теореми, які дають регулярний метод, що дозволяє для будь-якого псевдоріманового простору з абсолютно паралельною f -структурою (V_n, g_{ij}, F_i^h) або знайти всі простори $(\bar{V}_n, \bar{g}_{ij}, \bar{F}_i^h)$, на які V_n допускає $2F$ -планарне відображенъ основного типу, або довести, що таких просторів немає.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Н. Г. Коновенко, И. Н. Курбатова. Основні теореми теорії $2F$ -планарних відображень псевдоріманових просторів з f -структурою // Proc. Intern. Geom. Center, 13(1), 9-22, (2020).
- [2] Н. Г. Коновенко, И. Н. Курбатова, Е. Цвентух. $2F$ -планарные отображения псевдоримановых пространств с f -структурой // Proc. Intern. Geom. Center, 11(1), 39-51, (2018).
- [3] Н. Г. Коновенко, И. Н. Курбатова. Специальные классы псевдоримановых пространств с f -структурой, допускающих $2F$ -планарные отображения // Proc. Intern. Geom. Center, 11(4), 18-33, (2018).
- [4] Н. С. Синюков. Геодезические отображения римановых пространств // М.:Наука: Москва, (1979), 487-489.