Геодезичні відображення просторів з $\varphi(Ric)$-векторними полями

В. Кіосак

(Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Didrihson st., 4, 65029 Odesa, Ukraine.)

E-mail: kiosakv@ukr.net

О. Лесечко

(Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Didrihson st., 4, 65029 Odesa, Ukraine.)

E-mail: lesechko@ukr.net

Виходячи з алгебраїчних міркувань були введені в розгляд $\varphi(Ric)$-векторні поля φ_i, які задовольняють рівнянням:

$$\varphi_{i,j} = sR_{ij}; \quad s_{,i} = 0,$$

де кома — знак коваріантної похідної, а R_{ij} — тезор Річчі. Деякі геометричні властивості таких векторних полів вивчені в роботах В. Кіосака та І. Гінтерляйтнер [1, 2]. Лінійна форма основних рівнянь теорії геодезичних відображень має вигляд [3, .c121]

$$a_{ij,k} = \lambda_i g_{jk} + \lambda_j g_{ik}. \tag{1}$$

$$n\lambda_{i,j} = \mu g_{ij} + a_{\alpha i} R^{\alpha}_{j} - a_{\alpha\beta} R^{\alpha}_{\cdot\, ij\, \cdot}{}^{\beta},$$

тут $\mu = \lambda_{\alpha,\beta} g^{\alpha\beta}$; $R^i_j = R_{\alpha j} g^{\alpha i}$; $R^{h}{}_{ij}{}^{k} = R^h_{ij\alpha} g^{\alpha k}$, g_{ij} — метричний тензор V_n, а g^{ij} — елементи матриці оберненої до нього.

Було доведено:

Теорема 1. *Якщо псевдоріманів простір V_n допускає нетривіальні геодезичні відображення, то для тензора a_{ij} та вектора λ_i виконуються умови $\lambda_{i\alpha} a^{\alpha}_{j} - \lambda_{j\alpha} a^{\alpha}_{i} = 0$, де $\lambda_{ij} = \lambda_{i,j}$.*

Теорема 2. *При нетривіальному геодезичному відображенні псевдоріманових просторів, що допускають $\varphi(Ric)$-поля, вектор λ_i є власним вектором тензора a_{ij}:*

$$\lambda^{\alpha} a_{\alpha i} = u\lambda_i.$$

Теорема 3. *Якщо псевдоріманів простір V_n, що допускає $\varphi(Ric)$ векторні поля, допускає нетривіальні геодезичні відображення, то вектори φ_i та λ_i колінеарні, тобто $\varphi_i = \rho\lambda_i$, де ρ — деякий інваріант.*

Теорема 4. *Якщо псевдоріманів простір, що допускає $\varphi(Ric)$-поля, допускає і нетривіальні геодезичні відображення, то в ньому за необхідністю має розв'язок система рівнянь (1) та*

$$\lambda_{i,j} = Ag_{ij} + Ba_{ij},$$

де $B = \dfrac{1}{n} v_{\alpha}\xi^{\alpha}; A = \dfrac{1}{n}(\mu\lambda_{\alpha} - a v_{\alpha})\xi^{\alpha}.$

Література

[1] I. Hinterleitner, V. Kiosak, *φ(Ric)-Vector Fields on Conformally Flat Spaces*, volume 1191 of *Proceedings of American Institute of Physics*, 98–103, 2009, https://doi.org/10.1063/1.3275604.

[2] I. Hinterleitner, V. A. Kiosak, *φ(Ric)–Vector Fields in Riemannian Spaces*, volume 44 of *Archivum-mathematicum*, Brno, 385–390, 2008.

[3] Р. С. Синюков. Геодезические отображения римановых пространств. *Наука*, 1979.