Деякі аспекти теорії проективних перетворень просторів дотичних розшарувань зі спеціальною метрикою

Синюкова Олена Миколаївна
(ДЗ «ПНПУ імені К.Д. Ушинського», Одеса, Україна)
E-mail: `olachepok@ukr.net`

У результаті досліджень у межах інваріантної теорії наближень геометричних об'єктів ріманова простору V^n, $n \in N$, на дотичному розшаруванні $T(V^n)$ було побудовано кілька різних метрик та кілька різних об'єктів афінного зв'язку [1]. Кожна з таких метрик породжує на $T(V^n)$ певну геометрію, природним чином пов'язану з інваріантною теорією наближень базового ріманова простору V^n [2].

У роботі розглянуто простір $T(V^n)$ з метрикою

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}(x)\widetilde{D}y^\alpha \widetilde{D}y^\beta + \widetilde{g}_{\alpha\beta}(x;y)Dy^\alpha Dy^\beta. \qquad (1)$$

У (1) $g_{\alpha\beta}(x)$ — компоненти метричного тензору базового ріманова простору V^n,

$$\widetilde{g}_{\alpha\beta}(x;y) = g_{\alpha\beta}(x) + \frac{1}{3}R_{i\alpha\beta j}(x)y^i y^j;$$

$$Dy^\alpha = dy^\alpha + \Gamma^\alpha_{\beta\gamma}(x)y^\beta dx^\gamma;$$

$$\widetilde{D}y^\alpha = dy^\alpha + \widetilde{\Gamma}^\alpha_{\beta\gamma}(x;y)y^\beta dx^\gamma;$$

$$\widetilde{\Gamma}^\alpha_{\beta\gamma}(x;y) = \Gamma^\alpha_{\beta\gamma}(x) - \frac{1}{3}R^\alpha_{(\beta\gamma)\sigma}(x)y^\sigma,$$

де $\Gamma^\alpha_{\beta\gamma}(x)$, $R^\alpha_{\beta\gamma\sigma}(x)$, $R_{i\alpha\beta j}(x)$ — відповідно, компоненти афінного зв'язку, тензора Рімана і тензора кривини базового ріманова простору V^n.

У явному вигліді підраховані компоненти $g_{ij}(x;y)$ метричного тензору метрики (1). Спираючись на них, за формулами, аналогічними до стандартних формул ріманової геометрії (розглядаються частинні похідні лише за компонентами змінної x), спочатку введені символи Кристофеля першого роду, а потім, за допомогою елементів матриці, оберненої до матриці метричного тензору $g_{ij}(x;y)$, символи Кристофеля другого роду, отримані рівняння, що визначають криві, які називаються геодезичними лініями простору $T(V^n)$.

Далі природним чином введено поняття проективного перетворення простору $T(V^n)$, проаналізовано проблему існування проективних пертворень, які є продовженнями відповідних претворень бази, проективних перетворень, які зберігають структуру розшарування, і загальних проективних перетворень. Знайдені внутрішні достатні умови тензорного характеру локального існування проективних перетворень простору $T(V^n)$ перших двох типів. Показано, що дані умови справджуються, зокрема, у випадку, коли базовий простір V^n є простором постійної кривини.

Література

[1] Н. С. Синюков., Е. Н. Синюкова., Ю. А. Мовчан Некоторые актуальные аспекты развития теории геодезических отображений римановых пространств и её обощений *Изв.вузов. Математика*, 3(382) : 76–80, 1994.

[2] Е. Н. Синюкова. Геометрия касательного расслоения риманова пространства, индуцированная инвариантной теорией приближений базового пространства. *Сборник трудов Международной научной конференции "Современная геометрия и её приложения"* Казань, Изд-во Казан ун-та.: 125–127, 2017.