Инфинитезимальные конформные преобразования в римановом пространстве второго приближения

Калинина Т.И.
(Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова)
E-mail: kalinina@gmail.com

Покась С.М.
(Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова)
E-mail: pokas@onu.edu.ua

Цехмейструк Л.Г.
(Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова)
E-mail: lida2007gc@gmail.com

В римановом пространстве $V_n(x;g)$зафиксируем точку M_0 и построим пространство второго приближения $\tilde{V}_n^2(y;\tilde{g})$, определив его метрический тензор $\tilde{g}_{ij}(y)$ [2]:

$$\tilde{g}_{ij}(y) = \underset{0}{g}_{ij} + \frac{1}{3}\underset{0}{R}_{il_1l_2j}y^{l_1}y^{l_2} \tag{1}$$

Где $\underset{0}{g}_{ij} = g_{ij}(M_0)$, $\underset{0}{R}_{il_1l_2j} = R_{il_1l_2j}(M_0)$.

В пространстве $\tilde{V}_n^2$ изучаются аналитические инфинитезимальные конформные преобразования

$$y'^h = y^h + \tilde{\xi}^h(y)\,\delta t \tag{2}$$

Где вектор смещения $\tilde{\xi}_h(y)$ удовлетворяет обобщенные уравнения Киллинга [1, 3]

$$L_{\tilde{\xi}}\tilde{g} = \psi\tilde{g} \tag{3}$$

Рассмотрен случай, когда исходное V_n - риманово пространство ненулевой постоянной кривизны, а функция $\psi(y)$ в (3) имеет вид

$$\psi(y) = \sum_{k=0}^{\infty}\underset{2k}{b} \qquad \left(\underset{2k}{b} = b_{l_1\ldots l_{2k}}y^{l_1}\ldots y^{l_{2k}},\ \underset{0}{b} = b,\ b_{l_1\ldots l_{2k}} - const\right) \tag{4}$$

В явном виде найден $\tilde{\xi}^h(y)$

$$\begin{gathered}\tilde{\xi}^h(y) = a^h_{\cdot} + a^h_{\cdot l}y^l + \tfrac{k}{3}\left(a_{l_1}\delta^h_{l_2} - a^h_{\cdot}g_{l_1l_2}\right)y^{l_1}y^{l_2} - \tfrac{kb}{12}g_{l_1l_2}y^{l_1}y^{l_2}y^h + \\ +a^\alpha t^h_\alpha\sum_{p=2}^{\infty}\tfrac{A^{p-1}}{2p-1} - by^h\sum_{p=2}^{\infty}\tfrac{(2p-3)(2p-5)\cdot\ldots\cdot5\cdot3}{p!2^{p+1}}A^p \\ \left(t^h_k = \tfrac{1}{3}\underset{0}{R}{}^h_{.l_1l_2k}y^{l_1}y^{l_2}, \quad A = \tfrac{k}{3}\underset{0}{g}_{l_1l_2}y^{l_1}y^{l_2}\right)\end{gathered} \tag{5}$$

В (5) $a^h_{\cdot}$ - произвольные постоянные, $a^h_{.l}$ - постоянные, удовлетворяющие уравнениям

$$a^h_{.(i}\underset{0}{g}_{j)\alpha} = b\,\underset{0}{g}_{ij} \tag{6}$$

Доказана абсолютная и равномерная сходимость рядов (5).

Литература

[1] Аминова А.В. Пространственные преобразования псевдоримановых многообразий. Москва: Янус – К, 2003.
[2] Покась С.М. Группы Ли движений в римановом пространстве второго приближения. *Известия Пензенского государственного педагогического университета им. В.Г. Белинского* № 26, 4№ 21, стр 173-183, 2011
[3] Покась С.М. Бесконечно малые преобразования в римановом пространстве второго приближения *Proceedings of the International Geometry Center* vol 7, № 2, 36-50, 2014