Свойства кривизны почти $C(\lambda)$-многообразий

Кириченко Вадим Федорович
(МПГУ, Москва, Россия)
E-mail: highgeom@yandex.ru

Рустанов Алигаджи Рабаданович
(ИСГО МПГУ, Москва, Россия)
E-mail: aligadzhi@yandex.ru

Харитонова Светлана Владимировна
(ОГУ, Оренбург, Россия)
E-mail: hcb@yandex.ru

Определение 1. [1], [2] Почти контактное метрическое многообразие называется *почти $C(\lambda)$–многообразием*, если его тензор римановой кривизны удовлетворяет следующему соотношению:

$$\langle R(Z,W)Y,X\rangle = \langle R(\Phi Z,\Phi W)Y,X\rangle -$$
$$-\lambda\{g(X,W)g(Y,Z) - g(X,Z)g(Y,W) - g(X,\Phi W)g(Y,\Phi Z) + g(X,\Phi Z)g(Y,\Phi W)\},$$

где $X,Y,Z,W \in \mathsf{X}(M)$, а λ – вещественное число.

Определение 2. [1], [2] Нормальное почти $C(\lambda)$-многообразие называется $C(\lambda)$-*многообразием.*

Теорема 3. *Почти $C(\lambda)$-многообразие является многообразием точечно постоянной кривизны λ, тогда и только тогда, когда его тензор римановой кривизны удовлетворяет тождеству*

$$R(\Phi^2X,\Phi^2Y)\Phi^2Z + R(\Phi^2X,\Phi Y)\Phi Z - R(\Phi X,\Phi^2Y)\Phi Z + R(\Phi X,\Phi Y)\Phi^2Z =$$
$$= 2\lambda\Phi^2X\langle\Phi Y,\Phi Z\rangle + \Phi X\langle\Phi Y,\Phi^2Z\rangle; \forall X,Y,Z \in X(M).$$

Теорема 4. *Почти $C(\lambda)$-многообразие является многообразием точечно постоянной Φ-голоморфной секционной кривизны тогда и только тогда, когда на пространстве присоединенной G-структуры выполняется соотношение*

$$R^{ad}_{bc} = \tfrac{1}{2}(c\tilde{\delta}^{ad}_{bc} - \lambda\delta^{ad}_{bc}).$$

Теорема 5. *Если почти $C(\lambda)$-многообразие является η-эйнштейновым многообразием типа (α,β), тогда на пространстве присоединенной G-структуры справедливо*

$$\alpha = \tfrac{1}{n}R^a_{cb\hat{c}} + \lambda n,$$
$$\beta = -\tfrac{1}{n}R^a_{cb\hat{c}} + \lambda n.$$

Если почти $C(\lambda)$-многообразие является многообразием постоянной кривизны, то, с учетом предыдущей теоремы, оно является эйнштейновым многообразием с космологической константой $\alpha = 2\lambda n$

Литература

[1] D. Janssen, L. Vanhecke. Almost contact structures and curvature tensors. *Kodai Math. J.*, 4 , 1 – 27, 1981.
[2] Z. Olszak, R. Rosca. Normal locally conformal almost cosymplectic manifolds *Publ. Math. Debrecen*, 39:3-4, 315 – 323, 1991.