Геометричні властивості узагальнено опуклих множин

Ю. Б. Зелінський
(Інститут математики НАН України, Київ)
E-mail: zel@imath.kiev.ua

Означення 1. Скажемо, що множина $E \subset \mathbb{R}^n$ m-напівопукла щодо точки $x \in \mathbb{R}^n \backslash E$, якщо знайдеться m-вимірна напівплощина P, така що $x \in P$ і $P \cap E = \varnothing$.

Скажемо, що множина $E \subset \mathbb{R}^n$ m-напівопукла, якщо вона m-напівопукла щодо кожної точки $x \in \mathbb{R}^n \backslash E$.

Означення 2. Скажемо, що відкрита множина $G \subset \mathbb{R}^n$ слабко m-опукла, якщо вона m-опукла відносно кожної точки $x \in \partial G$, яка належить до межі множини G.

Лема 3. *Кожна слабко $(n-1)$-опукла відкрита множина E в евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$, яка не є $(n-1)$-опуклою — незв'язна.*

Теорема 4. *Кожна слабко $(n-1)$-опукла відкрита множина E в евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$, яка не є $(n-1)$-опуклою складаєтьса не менше ніж з трьох компонент.*

Означення 5. Скажемо, що відкрита множина $G \subset \mathbb{R}^n$ слабко m-напівопукла, якщо вона m-напівопукла відносно кожної точки $x \in \partial G$, яка належить до межі множини G.

Лема 6. *Кожна слабко 1-напівопукла відкрита множина на евклідовій площині $\mathbb{R}^2$, яка не є 1-напівопуклою — незв'язна.*

Теорема 7. *Кожна слабко 1-напівопукла відкрита множина на евклідовій площині $\mathbb{R}^2$, яка не є 1-напівопуклою складаєтьса не менше ніж з трьох компонент.*

Література

[1] Ю. Б. Зелінський. Варіації до задачі про тінь. *Збірник праць Інституту математики НАНУ*, **14**, № 1. : 163 – 170, 2017.