Об одной задаче преследования по позиции с интегральными ограничениями на управления игроков

Собиров Х.Х.
(Ташкентский Университет информационных технологий, Ташкент, Узбекистан)
E-mail: `sobhamidullo1986@mail.ru`

Рассматривается дискретная игра, описываемая уравнениями

$$z_{k+1} = Cz_k - Bu_k + D\upsilon_k, \tag{1}$$

где $z_k \in R^n$, k — номер шага, $k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots;$ C, B, D — постоянные матрицы, u_k — управление преследования на k-ом шаге, υ_k — управление убегания на k-ом шаге, $u_k \in R^p, \upsilon_k \in R^q$. В пространстве R^n выделено непустое терминальное множество M.

Будем говорить, что в игре (1) из точки $z_0 \in R^n \backslash M$ можно завершить преследование за N шагов, если по любой последовательности $\overline{\upsilon}_0, \overline{\upsilon}_1, \ldots, \overline{\upsilon}_{N-1}$ управления убегания можно построить такую последовательность $\overline{u}_0, \overline{u}_1, \ldots, \overline{u}_{N-1}$ управления преследования, что решение $\{z_0, \bar{z}_1, \ldots, \bar{z}_N\}$ уравнения

$$z_{k+1} = Cz_k - \overline{u}_k + \overline{\upsilon}_k, k = 0, 1, \ldots, N-1, \tag{2}$$

при некотором $d \leq N$, попадает на $M : \overline{z}_d \in M$. При этом для нахождения значения $\bar{u}_k$ разрешается [1] использовать значения z_k.

Предположим, что в игре (1) терминальное множество имеет вид $M = M_0 + M_1$, где M_0 — линейное подпространство R^n, M_1 — подмножество подпространства L — ортогонального дополнения M_0 в R^n. Далее, через π обозначим матрицу оператора ортогонального проектирования из R^n на L, а через $A + B$ — алгебраическую сумму множеств A, B соответственно.

В дальнейшем будем считать, что

$$\sum_{i=0}^{\infty} |u_i|^{\alpha} \leq \rho^{\alpha},\ \ \sum_{i=0}^{\infty} |\upsilon_i|^{\beta} \leq \rho^{\beta},$$

где $\alpha \geq 1,\ \ \beta, \rho > 0,\ \ \sigma \geq 0$ — некоторые фиксированные числа.

Предположение 1. Для каждого $i, i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,$ имеет место включение $\pi C^i D R^q \subset \pi C^i B R^p$.

Ясно, что при выполнении предположения 1 существуют матрицы $F_i, i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,$ каждая из которых удовлетворяет условию $\pi C^i D = \pi C^i B F_i$. Пусть

$$\chi_m^{\alpha} = \left\{ \gamma : \gamma = \sum_{i=0}^{m-1} |F_{m-1-i}\upsilon_i|^{\alpha}, \sum_{i=0}^{m-1} |\upsilon_i|^{\beta} \leq \sigma^{\beta} \right\}, m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

Предположение 2. Для каждого $m, m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,$ имеет место неравенства $\rho > |\chi_m|$

Через $G(m)$ — обозначим множество

$$\left\{ z \in L : z = \pi C^{m-1} B W_0 + ... + \pi B W_{m-1}, \sum_{i=0}^{m-1} |W_i|^{\alpha} \leq (\rho - |\chi_m|)^{\alpha} \right\},$$

через $W_4(m)-$ множество $M_1 + G(m)$, где $m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots.$

Теорема 3. *Пусть выполнено предположение 1,2, кроме того, υ_n — наименьшее из тех чисел m, для каждого из которых имеет место включение $\pi C^m z_0 \in W_4(m)$,тогда в игре (1) из точки z_0 можно завершить преследование по позиции за N шагов.*

Литература

[1] Сатимов Н.Ю., О задаче преследования по позиции в дифференциальных играх, // ДАН СССР. - Москва. 1976. - Т. 229. - № 4. - С. 808-811.