Минимальные системы образующих венечноитерированных групп и фундаментальной группы орбит функции Морса

Скуратовский Р. В.
(Украина, Киев)
E-mail: ruslcomp@mail.ru

В данной работе усилен результат о числе порождающих венечноциклических групп введенный автором в [1] а также рассмотрен класс венечноитериранных групп $\Im$ (пусть $G \in \Im$) построенных по формуле:

$$G = (\mathop{\wr}_{j_0=0}^{n_0} C_{k_{j_0}}) \times (\mathop{\wr}_{j_1=0}^{n_1} C_{k_{j_1}}) \times \ldots \times (\mathop{\wr}_{j_l=0}^{n_l} C_{k_{j_l}}), 1 \le k_{j_i} < \infty, n_i < \infty.$$

Рассмотрим группу $H = \mathop{\wr}_{j=1}^{n} C_{i_j}$, где порядки i_j всех C_{i_j} попарно взаимно-просты для $j > 1$ а количество цилических множителей в сплетении циклических групп – произвольное конечное. Назовем такую группу H *венечноитерированной.*

Теорема 1. *Группа* $H = \mathop{\wr}_{j=1}^{n} C_{i_j}$*, являющаяся сплетением циклических групп как групп подстановок действующих регулярно, а порядки* i_j *попарно взаимно-просты для всех различных* $j > 1$*, имеет ранг 2* [2].

Возьмем в качестве образующих группы H корневой автоморфизм β_0 и направленный автоморфизм [3] вдоль пути l на корневом регулярном дереве T_X — β_1. Элемент β_1 венечноитерированной группы H представим в виде венечной рекурсии [4, 5]. Обозначим порядок автоморфизма β_i как $|\beta_i|$. Пусть $\mathop{\wr}_{j=0}^{n} C_{i_j} = \langle \beta_0, \beta_1 \rangle$ и $\mathop{\wr}_{j=0}^{m} C_{k_j} = \langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle$.

Теорема 2. *Если* $(|\alpha_0|, |\beta_0|) = 1$ *и* $(|\alpha_1|, |\beta_1|) = 1$ *или* $(|\alpha_0|, |\beta_1|) = 1$ *и* $(|\alpha_1|, |\beta_0|) = 1$*, то существует двухэлементая система образующих для группы* $G = (\mathop{\wr}_{j=0}^{n} C_{i_j}) \times (\mathop{\wr}_{j=0}^{m} C_{k_j})$*, где порядки* i_j *всех* C_{i_j} *а также порядки* k_j *всех* C_{k_j} *попарно взаимно-просты для* $j > 1$*.*

Образующие α_1 и β_1 есть направленные автоморфизмы, α_0, β_0 — корневые автоморфизмы [3]. Структура образующих $\beta_i, i > 0$, такова $\beta_1 = (\pi_{i_1}, e, ..., e, \beta_2)$, где $C_{i_1} = \langle \pi_{i_1} \rangle$, далее $\beta_2 = (\underbrace{\pi_{i_2}, e, ..., e, \beta_3}_{i_1})$, в общем случае $\beta_k = (\underbrace{\pi_{i_k}, e, ..., e, \beta_{k+1}}_{i_{k-1}})$ где, $C_{i_k} = \langle \pi_{i_k} \rangle$. Последний образующий имеет иную структуру $\beta_m = (\pi_m, e, ..., e)$. Аналогичную структуру имеет образующий α_1.

Найдена минимальная система образующих для группы $(Z)^n \rtimes Z$, где гомоморфизм связи из группы Z в группу автоморфизмов группы Z^n может быть представлен матрицей ϕ, которая для $n = 4$ имеет вид

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

а образующие подгруппы Z^n представляются в виде векторов.

Группа такого типа возникает как фундаментальная группа орбиты $\pi_1(O_f, f)$ некоторой функции Морса f на листе Мёбиуса M [6].

Литература

[1] Р. В. Скуратовский. *Минимальные системы образующих для венечноциклических групп, групп автоморфизмов графов Риба и фундаментальных групп орбит некоторых функций Морса*, 11 Летняя школа *Алгебра, Топологiя, Аналiз*, с. 121–123, 2016.

[2] О. В. Богопольский, *Введение в теорию групп*, М., Наука, (2002), 148 с.

[3] Grigorchuk R. I., Bartholdi, Z. Sunik. *Branch groups*. Handbook of algebra, Vol. 3: North-Holland, Amsterdam, P. 121, 2003.

[4] R. V. Skuratovskii *Structure and minimal generating sets of Sylow 2-subgroups of alternating groups.* Source: https://arxiv.org/pdf/1702.05784.pdf, 2017.

[5] Y. A. Drozd, R. V. Skuratovskii. *Generators and and relations for wreath products.* Ukr. Math. J., vol. 60., No. 7, pp. 1168–1171, 2008.

[6] S. I. Maksymenko, *Deformations of functions on surfaces by isotopic to the identity diffeomorphisms.* 2013, arXiv:1311.3347.