Расстояния внутри цилиндров, конечные и бесконечные

А. Н. Романов
(ОмГУ, Омск, Россия)
E-mail: `aroms@yandex.com`

В этой работе мы изучаем поведение лоренцева расстояния между точками в пространстве-времени, наделенном лоренцевой метрикой и, соответственно, лоренцевой функцией расстояния. В частности, нас интересует изучение фактов возможного наличия в пространстве точек (объектов), между которыми лоренцево расстояние может оказаться бесконечным.

Как известно, в рамках приложений теории пространства-времени, лоренцево расстояние ассоциируется с собственным временем, которое проживает точка (объект) при движении вдоль временподобной (а иногда и изотропной или пространственноподобной) кривой. Таким образом, наличие бесконечного положительного расстояния между определенными точками пространства-времени интерпретируется, во-первых, как факт существования времениподобных кривых, связывающих эти точки, а во-вторых, как возможность подобрать времениподобную кривую, длина которой будет сколь угодно большой, что, в рамках упомянутой интерпретации, говорит о том, что собственное время, проживаемое точкой при движении от начальной точки к конечной, может оказываться сколь угодно большим, в зависимости от выбора траектории движения.

В работе мы выстраиваем классификацию причин, которые приводят к бесконечным лорецневым расстояниям между некоторыми точками и приводим примеры пространств, которые таким свойством обладают, или наоборот примеры классов пространств, которые не могут обладать свойством бесконечности лоренцевой функции расстояния, даже при условии введения произвольного неотрицательного конформного множителя-функции, который, не меняя причинной структуры пространства-времени, тем не менее, может преобразовывать величину лорецнева расстояния между точками.

В качестве примера можно привести пространство так называемого цилиндрического типа, основой которого является пространство, являющееся двумерным цилиндром (назовем условно одну координату вертикальной, а другую - круговой) с метрикой, допускающей следующие свойства: пространство-время является хронологическим, так как в нём нет замкнутых времениподобных кривых, однако оно не является причинным, так как присутствует одна замкнутая причинная (а точнее изотропная) кривая - при нулевой вертикальной координате. То есть эта замкнутая изотропная кривая представляет из себя как раз замкнутую горизонтально расположенную внутри цилиндра окружность, при движении по которой у точки меняется лишь горизонтальная координата.

В таком пространстве метрика имеет некоторую “особенность” при она-то и создаёт замкнутую изотропную кривую, то есть имеет место нарушение причинности. В областях выше и ниже этой замкнутой изотропной кривой замкнутых причинных кривых нет.

При необходимости в это пространство можно добавить дополнительные измерения при помощи произведения Римана, так что сама двумерность здесь оказывается не принципиальна. В нашей работе мы приводим конкретные примеры метрик для подобных двумерных пространств, показываем, что в них, в зависимости от выбранной метрики, может как присутствовать, так и отсутствовать факт наличия бесконечных лоренцевых расстояний между некоторыми точками (например, в случае вышеописанного примера, эти точки лежат по разные стороны от замкнутой изотропной кривой, одна выше, вторая половина ниже. Однако в первую очередь нас интересует именно факт возможного наличия бесконечного лоренцего расстояния между некоторыми точками.

В более общем случае мы доказываем, что существуют пространства произвольной (конечной) размерности (которые можно, например, построить на основе рассмотренных выше двумерных) и которые также допускают бесконечные значения своей лоренцевой функции расстояния при условии, однако, сохранения свойства времениподобности, то есть отсутствия замкнутых времениподобных кривых.

Таким образом, в указанном пространстве-времени, хоть и нет замкнутых времениподобных кривых, но тем не менее, существуют точки (объекты), расстояние между которыми равно бесконечности.

Далее, в работе приводится исследование, показывающее, что существует еще один класс пространств со свойством бесконечности лоренцева расстояния, однако же причины этой бесконечности уже кроются в топологической структуре пространства-времени, а не причинной структуре, как было в случае с пространствами, описанными выше.

Литература

[1] Дж. Бим , П. Эрлих. *Глобальная лоренцева геометрия*,- М.: Мир, (1985).

[2] А. Н. Романов *Отображения пространства-времени и условия причинности*,- // Тезисы докладов конференции по Анализу и Геометрии. ИМ СО РАН. Новосибирск. (2004), С. 219