

А-деформації та середній геодезичний скрут мінімальних поверхонь

Подоусова Т.Ю.

(Одеська державна академія будівництва та архітектури, Одеса, Україна)

E-mail: tatyana_top@mail.ru

Вашпанова Н.В.

(Одеська національна академія харчових технологій, Одеса, Україна)

E-mail: vasha_nina@mail.ru

Нехай у E_3 -просторі задана регулярна поверхня S класу C^3 , яка гомеоморфна однозв'язній області G площини $x^1 O x^2$ і задана рівнянням $\bar{r} = \bar{r}(x^1, x^2)$, де $(x^1, x^2) \in G$.

У роботі [1] доведено, що на будь-якій регулярній поверхні у довільній точці існує середній геодезичний скрут, який має представлення

$$2\tilde{H} = \frac{\rho_{11}g_{22} - 2\rho_{12}g_{12} + \rho_{22}g_{11}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2},$$

де $g_{\alpha\beta}$, $\rho_{\alpha\beta}$, $(\alpha, \beta = 1, 2)$ -коефіцієнти першої та четвертої квадратичних форм S відповідно.

Будемо досліджувати А-деформації мінімальної поверхні ($2H = 0$, H -середня кривина) зі стаціонарним середнім геодезичним скрутом.

Математичною моделлю цієї задачі є диференціальне рівняння другого порядку з частинними похідними відносно невідомої ненульової функції $\mu(x^1, x^2) \in C^2$:

$$\rho^{\alpha\beta} d_\beta^k \frac{\partial \mu}{\partial x^\alpha \partial x^k} + \left[\left(\rho^{\alpha\beta} d_\beta^k \right)_{,k} - \rho^{s\beta} d_\beta^k \Gamma_{sk}^\alpha \right] \frac{\partial \mu}{\partial x^\alpha} = 0.$$

Тут $d_\beta^k = g_{\beta s} d^{sk}$, d^{sk} -елементи матриці, оберненої до $\|b_{ij}\|$, Γ_{sk}^α -символи Христового другого роду, $c^{ki} = g^{ks} g^{it} c_{st}$, c_{st} - дискримінантний тензор, b_{ij} - коефіцієнти другої квадратичної форми S .

Справедлива наступна

Теорема. Мінімальна поверхня допускає нетривіальні А-деформації, що не змінюють середній геодезичний скрут. Тензори деформації залежать від однієї довільної ненульової функції $\mu(x^1, x^2)$ класу C^2 .

Наслідок 1. При нетривіальній А-деформації зі стаціонарним середнім геодезичним скрутом зберігаються довжини ліній геодезичного скруту.

Наслідок 2. При нетривіальній А-деформації мінімальної поверхні, що зберігає середній геодезичний скрут, є стаціонарними довжини асимптотичних ліній.

Наслідок 3. Нетривіальна А-деформація мінімальної поверхні зі стаціонарним середнім скрутом буде нормальною А-деформацією.

Слід відзначити, що кожна А-деформація мінімальної поверхні, що не змінює середній геодезичний скрут, описує безмоментний напружений стан рівноваги оболонки з поверневим навантаженням

$$X = \rho^{\alpha\beta} \frac{\partial \mu}{\partial x^\alpha} \bar{r}_\beta.$$

Отримані результати проілюстровані на конкретних прикладах.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Т. Ю. Вашпанова., Л. Л. Безкоровайна. *LGT-сітка поверхні та її властивості*. Вісник Київського нац.ун-ту ім.Т.Шевченка, серія фіз.-мат. науки, вип.2: 7–11, 2010.
- [2] Н. С. Кошляков. и др. *Уравнения в частных производных математической физики*. – М., «Высшая школа», 1970, 712 с.