О мультимасштабных элементах перколяционного кластера

Герега А.Н.
(ОНАПТ, Одесса, Украина)
E-mail: aherega@gmail.com

Крывченко Ю.В.
(ОНАПТ, Одесса, Украина)
E-mail: yuri_v_k@rambler.ru

Швец Н.В.
(ОНАПТ, Одесса, Украина)
E-mail: shvetsnv0601@gmail.com

В развитие теории протекания [1] в работах [2], [3] введено представление о мультимасштабных элементах перколяционного кластера. Наличие в кластере таких элементов предполагает формирование структур, доминирующей чертой которых становится тотальная мультимасштабность. Это приводит, в частности, к тому, что статистическое самоподобие и развитая фрактальность перколяционного кластера, характерные для промежуточной асимптотики, наблюдаются во всём диапазоне масштабов, а также, к существенному увеличению количества параметров, описывающих структуру и свойства исследуемой системы.

Авторами предложена и исследована перколяционная модель кластерных систем с «нулевым» порогом. В модели это означает, что для любого сколь угодно малого положительного числа ϵ можно указать фигуру, которая содержит кластер, и площадь которой не превышает ϵ. Одной из особенностей модели является построение бесконечных кластеров из фрактальных элементов, в первую очередь, – предфракталов двумерного множества Кантора.

По аналогии с [1] в модели определена мультипликативная мера (по Лебегу) для двухмерного двухмасштабного канторова множества с образующими квадратами заданной относительной площади, обладающими долями меры квадрата предшествующего поколения. В такой постановке задачи множество есть мультифрактал, для адекватного описания которого, как известно, требуется набор мер; показано, что в данном случае достаточно двух показателей скейлинга – одного для фрактального носителя, другого для вероятностей. В работе получена фрактальная размерность множества, на котором сосредоточена мера; она описывает скейлинговое поведение энтропии разбиения меры, и с точностью до множителя равна её информационной размерности – второй из спектра обобщённых размерностей Реньи.

Понятие размерности самоподобия, как известно, позволяет целенаправленно строить регулярные фрактальные множества с наперед заданной размерностью. Для количественной оценки различия между фракталами одинаковой размерности в [4] введено представление о лакунарности множества. В докладе предложен алгоритм расчёта лакунарности ряда конструктивных фракталов, используемых при моделировании мультимасштабных элементов.

В модели получены также аналитические выражения для расчёта силовых полей классического двумерного канторова множества и его модификаций, отличающихся симметрией. Проведен расчёт и визуализация силовых полей трёх модификаций множества.

Литература

[1] J. Feder. Fractals. *New York: Plenum Press*, 1988.
[2] A. Herega. AIP Conference Proceedings. 1683 (2015) 020071.
[3] A. Herega et al. AIP Conference Proceedings 1783 (2016) 020072.
[4] B. Mandelbrot. The Fractal Geometry of Nature. *San Francisco: W.H. Freeman and Co.*, 1982.