Про нескінченно малу конформну деформацію мінімальних поверхонь зі стаціонарним відхиленням від дотичної площини

Юлія Федченко
(Одеська національна академія харчових технологій, Одеса, Україна)
E-mail: fedchenko_julia@ukr.net

Досліджуються нескінченно малі конформні деформації поверхонь зі стаціонарним відхиленням від дотичної площини у будь-якому напрямі [1], [2]. Для таких деформацій поверхонь знайдено в явному вигляді представлення тензорних полів $\overset{\circ}{T}{}^{\alpha\beta}=\overset{\circ}{T}{}^{\beta\alpha}$, де T^α — похідної вектора зміщення

$$\overline{U}_i = c_{i\alpha}\left(\overset{\circ}{T}{}^{\alpha\beta} - \varphi c^{\alpha\beta}\right)\overline{r}_\beta + c_{i\alpha}T^\alpha\overline{n}.$$

Тут φ — функція конформності, $c_{i\alpha}$ — дискримінантний тензор, $c^{\alpha\beta} = g^{\alpha i}g^{\beta j}c_{ij}$.

Теорема 1. *Для того, щоб поверхня S ($K \neq 0$) класу C^3 допускала нескінченно малу конформну деформацію зі стаціонарним відхиленням від дотичної площини у будь-якому напрямі, необхідно і достатньо, щоб на поверхні існували функції t, φ, які задовольняють рівняння*

$$\nabla_j(t_\alpha d^{k\alpha}) - \nabla_j(\varphi_\alpha c^{\alpha\beta}d^k_\beta) + b^k_j t + \varphi b_{\alpha j}c^{\alpha k} = 0.$$

Тоді тензорні поля $\overset{\circ}{T}{}^{\alpha\beta}$, T^s похідної вектора зміщення $\overline{U}_i$ мають вигляд

$$\overset{\circ}{T}{}^{\alpha\beta} = tg^{\alpha\beta}, T^s = t_\alpha d^{s\alpha} - \varphi_\alpha c^{\alpha\beta}d^s_\beta.$$

Теорема 2. *Якщо поверхня S ($K \neq 0$) класу C^3 допускає нетривіальну нескінченно малу конформу деформацію зі стаціонарним відхиленням від дотичної площини в будь-якому напрямі, то така поверхня є мінімальною $H = 0$.*

Теорема 3. *Якщо мінімальна поверхня S ($H = 0, K \neq 0$) класу C^3 допускає нескінченно малу конформу деформацію зі стаціонарним відхиленням від дотичної площини в будь-якому напрямі, тоді деформована поверхня також є мінімальною.*

Теорема 4. *Якщо мінімальна поверхня S ($H = 0, K \neq 0$) класу C^3 допускає нескінченно малу конформу деформацію зі стаціонарним відхиленням від дотичної площини в будь-якому напрямі при якій зберігається гаусова кривина поверхні, то ця деформація є згинанням.*

В якості прикладу, досліджено мінімальну поверхню обертання — катеноїд.

Теорема 5. *Катеноїд допускає нетривіальну нескінченно малу конформну деформацію зі стаціонарним відхиленням від дотичної площини в будь-якому напрямі.*

На основі теореми 3 маємо, що при даній деформації середня кривина деформованого катеноїда також дорівнює нулеві.

Література

[1] Л. Л. Безкоровайная. Деформация поверхности со стационарным отклонением от касательной плоскости. *Тезисы докладов международной конференции "Геометрия в Одессе-2006"*: 34–35, 2006.

[2] Ю. С. Федченко. Бесконечно малые конформные деформации поверхностей со стационарным отклонением от касательной плоскости. *Математика, информатика, их приложения и роль в образовании: материалы Третьей российской школы-конференции с международным участием для молодых ученых: статьи, обзоры, тезисы докладов*: 145–149, 2013.