О задаче преследования, описываемой дифференциальными уравнениями дробного порядка

Маматов М. Ш.
(Национальный Университет Узбекистана, Ташкент Узбекистан)
E-mail: mamatovmsh@mail.ru

Алимов Х.Н.
(Самаркандский Государственный университет, Самарканд Узбекистан)
E-mail: mamatovmsh@mail.ru

В настоящей заметке будем рассматривать игровую задачу, описываемую уравнениями дробного порядка вида

$$ {}_0^C D_t^{\alpha_i} z_i(t) = z_{i+1}(t), \qquad i = \overline{1, N-1}, \quad {}_0^C D_t^{\alpha_N} z_N(t) \, = \, -u(t) + \upsilon(t), \tag{1}$$

где ${}_0^C D_t^{\alpha_i}$ — оператор дробного дифференцирования, $\alpha_i \in (0,1]$, $t \in [0,T]$, a_{ij} — коэффициенты, u, υ — управляющие параметры u — управляющий параметр преследующего игрока, $u(t) \in L_p[0,T]$, $\|u(t)\| \leq \rho$, υ — управляющий параметр убегающего игрока, $\upsilon(t) \in L_p[0,T]$, $\|\upsilon(t)\| \leq \sigma$, $i, j = \overline{1, N}$. По повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Начальные и конечные условия для системы (1) зададим в виде

$$z(0) = z^0 = (z_1^0, z_2^0, ..., z_N^0), \tag{2}$$

$$z(T) = z^T = (z_1^T, z_2^T, ..., z_N^T) \tag{3}$$

Дробную производную будем понимать как левостороннюю дробную производную Капуто [1]. Напомним, что дробная производная Капуто произвольного нецелевого порядка $\alpha > 0$ от функции $f(x) \in AC^{[\alpha]+1}(a,b)$, $a, b \in R^1$, определяется выражением

$$ {}_{a+}^{C} D_x^{\alpha} f(x) = \frac{1}{\Gamma(1 - \{\alpha\})} \int\limits_a^x \frac{d^{[\alpha]+1} f(\xi)}{d\xi^{[\alpha]+1}} \frac{d\xi}{(x-\xi)^{\{\alpha\}}}.,$$

Будем говорить, что в игре (1) возможен перевод точки z из начальной точки z^0 в конечную точку z^T, если существует число $T = T(z^0, \ z^T) \geq 0$ такое, что для любого допустимого управления $\upsilon(t)$, $0 \leq t \leq T$ убегающего игрока, зная в каждый момент времени $t \in [0,T]$ уравнение (1) и значения $\upsilon(t)$ в игре (1) можно выбрать значение $u(t)$ таким образом, что:

1) $u(\cdot)$ - допустимое управление преследующего игрока;
2) $z(T) = z^T$, где $z(t)$, $0 \leq t \leq T$, - решение соответствующей задачи (1), (2) при управлениях $u(t)$, $\upsilon(t)$, $0 \leq t \leq T$.

Теорема 1. *Если $\rho > \sigma$ и α_N, p' удовлетворяет неравенству $\alpha_N > \frac{p'-1}{p'}$, то в игре (1), (2), (3) возможен перевод точки z из z^0 в z^T, где пространства $L_p[0,T]$ и $L_{p'}[0,T]$ являются сопряженными, т.е. $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$, $1 < p < \infty$, $1 < p' < \infty$.*

Литература

[1] Kilbas A. A., Srivastava H. M., Trujillo J. J. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations.* Amsterdam: Elsevier, 2006.-500.