

Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias

Lista de Exercícios 5 - Respostas

1.

(a) $y(t) = c_1 \cos t + c_2 \operatorname{sen} t - (\cos t) \ln(\tan t + \sec t)$

(b) $y(t) = c_1 e^{-2t} + c_2 t e^{-2t} - e^{-2t} \ln t$

(c) $y(t) = c_1 \cos(2t) + c_2 \operatorname{sen}(2t) + \frac{3}{4} \operatorname{sen}(2t) \ln(\operatorname{sen}(2t)) - \frac{3}{2} t \cos(2t)$

2.

(i) $x(t) = c_1 e^{-t} + c_2 e^{-2t}; \quad y(t) = c_1 e^{-t} + (3/2)c_2 e^{-2t}$

(ii) $(0,0)$ é nó (atrator) assintoticamente estável (autovalores $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = -2$);

3.

(i) $x(t) = c_1 e^{(-7-2\sqrt{13})t} + c_2 e^{(-7+2\sqrt{13})t} \quad y(t) = (c_1/4)(-2 - 2\sqrt{13})e^{(-7-2\sqrt{13})t} + (c_2/4)(-2 + 2\sqrt{13})e^{(-7+2\sqrt{13})t};$

(ii) $(0,0)$ é um ponto de sela logo é instável (autovalores $\lambda_1 = -7 - 2\sqrt{13}$, $\lambda_2 = -7 + 2\sqrt{13}$);

4.

(i) $x(t) = -c_1 \operatorname{sen}(t) + c_2 \cos(t); \quad y(t) = c_1 \cos(t) + c_2 \operatorname{sen}(t)$

(ii) $(0,0)$ é um centro logo é estável (autovalores $\lambda_1 = i$, $\lambda_2 = -i$);

5.

(i) $x(t) = c_1 e^{\frac{-3t}{2}} \cos \frac{t\sqrt{11}}{2} + c_2 e^{\frac{-3t}{2}} \operatorname{sen} \frac{t\sqrt{11}}{2}, \quad y(t) = c_1 e^{\frac{-3t}{2}} \left(\left(\frac{-1}{2} \right) \cos \frac{t\sqrt{11}}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2} \operatorname{sen} \frac{t\sqrt{11}}{2} \right) - c_2 e^{\frac{-3t}{2}} \left(\frac{1}{2} \operatorname{sen} \frac{t\sqrt{11}}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2} \cos \frac{t\sqrt{11}}{2} \right)$

(ii) $(0,0)$ é um ponto espiral (foco) assintoticamente estável (autovalores $\lambda_1 = \frac{1}{2}(-3 + i\sqrt{11})$, $\lambda_2 = \frac{1}{2}(-3 - i\sqrt{11})$);

6.

μ é uma constante real e $\mu \neq -1$.

$(0,0)$ é um ponto de sela quando $\mu < -1$ e

$(0,0)$ é um ponto espiral (foco) instável quando $-1 < \mu < 3$