

УДК 621 . 643 . 001 . 12:518:517

**РОЗПОДІЛ ГІДРАВЛІЧНОГО ТИСКУ
ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ РУСІ ГАЗУ В ТРУБОПРОВОДАХ
ПРИ НАЯВНОСТІ КОМПРЕСОРНИХ СТАНЦІЙ ТА ВІДБОРІВ**

Я.Д. П'янило

*Центр мат. моделювання Ін-ту прикл. пробл. механіки і математики
НАН України,
Україна, 290005, Львів, вул. Дж. Дудаєва, 15*

The mathematical model for nonstationary gas motion, which describes pipelines of different types, is under consideration. Initial-boundary problem is solved on the base of Fourier series. Results are tested for real samples.

Розглядається математична модель нестационарного руху газу, якою описуються трубопроводи різного типу. Початково-крайова задача розв'язується на основі рядів Фур'є. Результати апробовані на реальних даних.

1. Гідравлічний розрахунок промислових, магістральних та міських розподілених газопроводів на даний час проводять, в основному, за умов стаціонарного руху газу. Однак в дійсності рух газу в різного типу газопроводах в багатьох випадках є нестационарним. До причин, які приводять до нестационарного руху, можна віднести змінне в часі використання газу, увімкнення та вимкнення компресорних станцій (КС) і багато інших.

Аналіз складних систем магістральних газопроводів пов'язаний із значними труднощами як математичного, так і обчислювального характеру: розв'язок вихідних математичних моделей в загальному випадку отримати аналітично або досить важко, або неможливо взагалі, оскільки дані задачі відносяться до класу нелінійних; сам розв'язок є достатньо громіздким, що спричиняє труднощі обчислювального характеру; задачі є некоректними за Тихоновим і тому вимагають побудови регуляризуючих алгоритмів.

Нестационарний рух газу описується нелінійною системою взаємопов'язаних диференціальних рівнянь з частинними похідними вигляду [1, 2]

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho\alpha \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2} \right) + \rho g \frac{\partial \tilde{z}}{\partial x} + \frac{\lambda v^2}{2D} \rho + \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0,$$

де $p \equiv p(x, t)$ — тиск; ρ — густина; v — швидкість; λ — коефіцієнт гідравлічного опору; g — прискорення вільного падіння; \tilde{z} — перепад висот; D — діаметр труби; c — швидкість звуку в газі; α — коефіцієнт Коріоліса.

Розв'язуванню такого класу задач присвячена значна кількість робіт (див., наприклад, [3, 4]). Ефективними способами розв'язування такого класу задач є ітераційні, стійкість та збіжність яких значною мірою залежить від початкового наближення шуканого розв'язку, який, як правило, отримується шляхом лінеаризації вихідної системи. Поряд з цим лінеаризований варіант має і самостійне практичне застосування, оскільки він описує широкий клас задач транспортування газу по трубопроводах.

При гідравлічному розрахунку вихідну систему спрощують, виходячи з таких припущень:

- 1) вихідна система лінеаризується введенням коефіцієнта $2a = \lambda v / 2D$, який приймається сталим для конкретної задачі;
- 2) припускаючи, що перепад висот є незначним, нехтують доданком $\rho g \partial \tilde{z} / \partial x$;
- 3) нехтують впливом зміни лінійної швидкості по довжині трубопроводу;
- 4) нехтують впливом сил тертя.

При всіх вказаних вище припущеннях або деяких з них отримується аналітичний розв'язок відповідної початково-крайової задачі. Поряд із лінеаризацією вихідної системи розглядаються, як правило, окремо короткі та довгі газопроводи, газопроводи низького, високого та середнього тиску.

На практиці складна газотранспортна система складається із всіх видів газопроводів. Тому для аналізу нестационарного руху газу необхідно:

- 1) класифікувати окремі вітки (за довжиною і тиском);
- 2) для аналізу певного класу вітки зберігати розв'язок відповідної задачі;
- 3) оскільки окрема вітка може в певні проміжки часу бути під різним тиском, необхідно передбачити і цей варіант.

Такі вимоги, поряд з математичними труднощами, ще більше ускладнюють дослідження складних систем магістральних трубопроводів в нестационарному випадку. У зв'язку з цим виникла необхідність в отриманні такого розв'язку вихідної математичної моделі, який був би придатним для достатньо широкого класу трубопроводів, не був громіздким, що полегшило б побудову ефективних обчислювальних алгоритмів та аналіз впливу певних фізичних параметрів на процес переносу і т. п.

2. Очевидно, що при транспортуванні газу лінійна швидкість v змінюється в певних межах від v_1 до v_2 , тобто $v \in [v_1, v_2]$. На цьому проміжку криву $f_2(v) = v^2$ апроксимуємо прямою

$$f_1(v) = (v_1 + v_2)v - v_1v_2,$$

яка проходить через точки $(v_1, f_2(v_1))$, $(v_2, f_2(v_2))$. Вважаючи, що перепад висот є незначним, можна знехтувати доданком $\rho g \frac{\partial \tilde{z}}{\partial x}$. З аналізу відомих в літературі результатів випливає, що доданок $\rho \alpha \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2} \right)$ має незначний вплив, тому ним можна знехтувати.

Враховуючи викладене вище, систему (1) запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda(v_1 + v_2)}{2D} \rho v - \frac{\lambda v_1 v_2}{2D} \rho &= -\frac{\lambda \rho}{2D} [v^2 - f_1(v)], \\ -\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t}. \end{aligned} \tag{2}$$

Будемо вважати, що транспортування газу відбувається в ізотермічному режимі ($T \equiv \text{const}$). Тоді з урахуванням рівності [1, 2] $P = gzRT\rho$, де R — універсальна газова стала, z — коефіцієнт стисливості газу, лінеаризований варіант системи (2) буде мати вигляд

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + a\omega - bP &= 0, \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

де

$$b = \frac{\lambda v_1 v_2}{2DgzRT}, \quad \omega = \rho v, \quad a = \frac{\lambda(v_1 + v_2)}{2D}. \quad (4)$$

3. До вивчення руху газу в трубопроводах при наявності КС та відборів можна підходити двома шляхами:

1) весь газопровід розбити на J частин між КС та пунктами відбору і розв'язувати вихідну систему на окремих проміжках, узгоджуючи початкові та граничні умови в точках стику;

2) наявні по трасі газопроводу КС та пункти відбору моделювати узагальненими функціями.

Другий шлях є більш зручним, оскільки, по-перше, граничні умови в точках КС та відборів входять в самі рівняння, і, по-друге, скорочується час обчислення в 5 – 10 разів. Тому в лінеаризованому варіанті задача транспортування газу при наявності на трасі КС та відборів, які моделюються узагальненими функціями, зводиться до необхідності розв'язування неоднорідної системи взаємопов'язаних диференціальних рівнянь з частинними похідними

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + a\omega - bp &= \Theta(x, t), \\ \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} &= \psi(x, t). \end{aligned} \quad (5)$$

В (5) функція

$$\Theta(x, t) = \sum_{i=1}^I p_{,i} \delta(x - x_i) [\eta(t - t_{1i}) - \eta(t - t_{2i})]$$

моделює наявність по трасі I КС в точках $x = x_i$, $i = \overline{1, I}$, з моментами їх увімкнення $t = t_{1i}$ та вимкнення $t = t_{2i}$, а функція

$$\Psi(x, t) = \pm \sum_{j=1}^J \frac{q_j(t)}{F} \delta(x - x_j) [\eta(t - t_{1j}) - \eta(t - t_{2j})] \quad (6)$$

моделює J пунктів відбору в точках $x = x_j$, $j = \overline{1, J}$, t_{1j} — час увімкнення, t_{2j} — час вимкнення відборів. Знак „+” в формулі (6) вказує на відбір газу, а „-” — на підкачку. Ве-

личина $q_j(t)$ — розподілений відбір газу на одиницю довжини трубопроводу, F — площа поперечного перерізу трубопроводу. Система (5) розв'язується при постійних початкових

$$p(x, 0) = p_0, \quad \omega(x, 0) = \omega_0$$

та граничних

$$p(0, t) = p, \quad \omega(0, t) = \omega,$$

$$p(l, t) = p, \quad \omega(l, t) = \omega$$

умовах. В системі (5) перейдемо до зображень Лапласа – Карсона [4, 5]

$$(s + a)\bar{\omega} + p' - b\bar{p} = s\omega + \bar{\Theta}, \tag{7}$$

$$\bar{\omega}' + \frac{s}{c^2}\bar{p} = \frac{s}{c^2}p + \bar{\Psi},$$

де s — параметр перетворення Лапласа – Карсона, $\bar{p} \equiv \bar{p}(x, s)$, $\bar{\omega} \equiv \bar{\omega}(x, s)$, $\bar{\Theta} \equiv \bar{\Theta}(x, s)$ та $\bar{\Psi} \equiv \bar{\Psi}(x, s)$ — зображення Лапласа – Карсона відповідних оригіналів. Зокрема, при $q_j(t) = q_j \equiv \text{const}$

$$\bar{\Theta}(x, s) = \sum_{i=1}^I p_{,i} \delta(x - x_i) [e^{-t_1 s} - e^{-t_2 s}],$$

$$\bar{\Psi}(x, s) = \sum_{j=1}^J \frac{q_j}{F} \delta(x - x_j) [e^{-t_1 s} - e^{-t_2 s}].$$

Оскільки початково-граничні умови є сталими, замість функцій \bar{p} та $\bar{\omega}$ в системі (7) введемо в розгляд функції

$$\tilde{p} = \bar{p} + \frac{x}{l} h_p - p_{0k}, \quad \tilde{\omega} = \bar{\omega} + \frac{x}{l} h_\omega - \omega_{0k},$$

$$h_p = p_{0k} - p_{kk}, \quad h_\omega = \omega_{0k} - \omega_{kk},$$

які задовольняють нульові граничні умови. В нових позначеннях система (7) набере вигляду

$$(s + a)\tilde{\omega} + \tilde{p}' - b\tilde{p} = \varphi_1, \tag{8}$$

$$\tilde{\omega}' + \frac{s}{c^2}\tilde{p} = \varphi_2,$$

де

$$\varphi_1 = s\omega - (s + a)\omega_{0k} + \frac{1}{l}h_p + bp_{0k} + \bar{\Theta}(x, s) + \frac{x}{l}[(s + a)h_\omega - bh_p], \tag{9}$$

$$\varphi_2 = \frac{s}{c^2} p_0 + \frac{1}{l} h_\omega - \frac{s}{c^2} p_0 + \bar{\Psi}(x, s) + \frac{x}{l} \frac{s}{c^2} p_0 h_p. \quad (10)$$

Поставлену початково-крайову задачу будемо розв'язувати на основі рядів Фур'є за синусами, тобто

$$b(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (11)$$

де коефіцієнти Фур'є

$$b_n = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{p}_n(s) \\ \tilde{\omega}_n(s) \end{array} \right\}$$

функції

$$b(x) = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{p}(x, s) \\ \tilde{\omega}(x, s) \end{array} \right\}$$

визначаються за формулою

$$b_n = \frac{2}{l} \int_0^l b(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx,$$

або

$$b_n = \frac{1}{li} \left[\int_0^l b(x) \exp\left(\frac{n\pi i x}{l}\right) dx - \int_0^l b(x) \exp\left(-\frac{n\pi i x}{l}\right) dx \right], b_n = -i (\hat{b}_{-n} - \hat{b}_n),$$

$$\hat{b}_n = \frac{1}{l} \int_0^l b(x) \exp\left(-\frac{n\pi i x}{l}\right) dx. \quad (12)$$

Інтегруванням за частинами рівність (12) зводиться до вигляду

$$\hat{b}_n = \frac{1}{l} \left[b(x)(-\nu_n l) \exp\left(-\frac{x}{\nu_n l}\right) \Big|_0^l + \nu_n l \int_0^l b'(x) \exp\left(-\frac{x}{\nu_n l}\right) dx \right],$$

$$\nu_n = \frac{1}{n\pi i}.$$

Оскільки $b(0) = b(l) = 0$, то

$$\hat{b}_n = \nu_n \int_0^l b'(x) \exp\left(-\frac{x}{\nu_n l}\right) dx. \quad (13)$$

З системи (8) випливає

$$\tilde{p}' = \varphi_1 + b\tilde{p} - (s+a)\tilde{\omega},$$

$$\tilde{\omega}' = \varphi_2 - \frac{s}{c^2}\tilde{p}.$$

Використовуючи рівність (13), отримуємо

$$\tilde{p}(s) = \nu_n l \left[\varphi_{1n} + b\tilde{p}_n(s) - (s+a)\tilde{\omega}_n(s) \right] \quad (14)$$

та

$$\tilde{\omega}_n(s) = \nu_n l \left[\varphi_{2n} - \frac{s}{c^2}\tilde{p}_n(s) \right]. \quad (15)$$

Підставимо (15) в (14). Тоді

$$\tilde{p}_n(s) = \nu_n l \varphi_{1n} + b l \nu_n \tilde{p}_n - (\nu_n l)^2 (s+a) \varphi_{2n} + \frac{s}{c^2} (\nu_n l)^2 (s+a) \tilde{p}_n,$$

звідки

$$\tilde{p}_n(s) = - \left(\frac{c}{\nu_n l} \right)^2 \nu_n l \frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)} [\varphi_{1n} - \nu_n l (s+a) \varphi_{2n}], \quad (16)$$

де

$$\kappa_n = \frac{1 - b l \nu_n}{(\nu_n l / c)^2}, \quad s_1 = \frac{1}{2} \left(-a - \sqrt{a^2 - 4\kappa_n} \right), \quad s_2 = \frac{1}{2} \left(-a + \sqrt{a^2 - 4\kappa_n} \right).$$

Знайдемо коефіцієнти φ_{1n} та φ_{2n} . Згідно з означенням (15) та формулою (9),

$$\varphi_{1n} = \hat{\nu}_n [(s+a)h_\omega - b h_p] + \hat{\nu}_n \left[s\omega - (s+a)\omega + \frac{1}{l} h_p + b p_{0k} \right] + \bar{\Theta}_n(s),$$

де

$$\bar{\Theta}_n(s) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^I p_i \exp\left(-\frac{x_i}{\nu_n l}\right) [e^{-t_{1i}s} - e^{-t_{2i}s}].$$

Як і у випадку з φ_{1n} , враховуючи (10), одержуємо

$$\varphi_{2n} = \hat{\nu}_n \frac{s}{c^2} h_p + \hat{\nu}_n \left[\frac{s}{c^2} (p-p) + \frac{1}{l} h_\omega \right] + \bar{\Psi}_n(s),$$

де

$$\bar{\Psi}_n(s) = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^J \frac{q_j}{F} \exp\left(-\frac{x_j}{\nu_n l}\right) [e^{-t_{1j}s} - e^{-t_{2j}s}].$$

Підставивши вирази для φ_{1n} та φ_{2n} у формулу (16), отримуємо

$$\begin{aligned} \tilde{p}_n(s) = & - \left(\frac{c}{\nu_n l} \right)^2 \nu_n l \frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)} \left\langle \left[\hat{\nu}_n (ah_\omega - bh_p) + \right. \right. \\ & + \hat{\nu}_n \left(\frac{1}{l} h_p + bp_{0k} - a\omega \right) - a \nu_n \hat{\nu}_n h_\omega \left. \right] + s \left[\hat{\nu}_n h_\omega + \hat{\nu}_n (\omega - \omega) - \right. \\ & \left. - \nu_n l \left(\frac{1}{l} h_\omega \hat{\nu}_n + \frac{a}{c^2} \left(\hat{\nu}_n h_p + \hat{\nu}_n (p-p) \right) \right) \right] - \\ & \left. - \nu_n l \frac{s^2}{c^2} \left(\hat{\nu}_n h_p + \hat{\nu}_n (p-p) \right) + \bar{\Theta}_n(s) - \nu_n l (s+a) \bar{\Psi}_n(s) \right\rangle. \end{aligned}$$

Введемо позначення:

$$\begin{aligned} d_1 = & \hat{\nu}_n (ah_\omega - bh_p) + \hat{\nu}_n \left(\frac{1}{l} h_p + bp_{0k} - a\omega \right) - a \nu_n \hat{\nu}_n h_\omega, \\ d_2 = & \hat{\nu}_n h_\omega + \hat{\nu}_n (\omega - \omega) - \nu_n l \left(\frac{1}{l} \hat{\nu}_n h_\omega + \frac{a}{c^2} \left(\hat{\nu}_n h_p + \hat{\nu}_n (p-p) \right) \right), \\ d_3 = & -\nu_n l \frac{1}{c^2} \left(\hat{\nu}_n h_p + \hat{\nu}_n (p-p) \right). \end{aligned}$$

Тоді

$$\begin{aligned} \tilde{p}_n(s) = & - \left(\frac{c}{\nu_n l} \right)^2 \nu_n l \frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)} \{ d_1 + s d_2 + s^2 d_3 + \\ & + \bar{\Theta}_n(s) - \nu_n l (s+a) \bar{\Psi}_n(s) \}. \end{aligned} \quad (17)$$

Оригіналами зображень

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_{1n}(s) &= \frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)}, \\ \bar{\xi}_{2n}(s) &= \frac{s}{(s-s_1)(s-s_2)}, \\ \bar{\xi}_{3n}(s) &= \frac{s^2}{(s-s_1)(s-s_2)} \end{aligned}$$

є функції [5]

$$\xi_{1n}(t) = \frac{1}{s_1 s_2} - \frac{e^{s_1 t}}{s_1 (s_2 - s_1)} + \frac{e^{s_2 t}}{s_2 (s_2 - s_1)},$$

$$\xi_{2n}(t) = \frac{e^{s_2 t} - e^{s_1 t}}{(s_2 - s_1)},$$

$$\xi_{3n}(t) = \frac{s_2 e^{s_2 t} - s_1 e^{s_1 t}}{(s_2 - s_1)}.$$

Якщо

$$\bar{\xi}_{4n}(s) = \frac{\bar{\Theta}_n(s)}{(s - s_1)(s - s_2)} = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^I p_{,i} \exp\left(-\frac{x_i}{\nu_n l}\right) \left[e^{-t_{1i} s} \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)} - e^{-t_{2i} s} \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)} \right],$$

то, згідно з теоремою записнення [6],

$$\xi_{4n}(t) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^I p_{,i} \exp\left(-\frac{x_i}{\nu_n l}\right) \left[\begin{cases} 0, & t < t_{1i} \\ \varphi_{1n}(t - t_{1i}), & t > t_{1i} \end{cases} - \begin{cases} 0, & t < t_{2i} \\ \varphi_{1n}(t - t_{2i}), & t > t_{2i} \end{cases} \right].$$

Аналогічно переконаємось, що оригіналом зображення

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_{5n}(s) &= \frac{s + a}{(s - s_1)(s - s_2)} \bar{\Psi}_n(s) = \\ &= \frac{1}{l} \sum_{j=1}^J \frac{q_j}{F} \exp\left(-\frac{x_j}{\nu_n l}\right) \left[e^{-t_{2j} s} (\bar{\xi}_{2n}(s) + a \bar{\xi}_{1n}(s)) - e^{-t_{1j} s} (\xi_{2n}(s) + a \bar{\xi}_{1n}(s)) \right] \end{aligned}$$

є функція

$$\begin{aligned} \xi_{5n}(t) &= \frac{1}{l} \sum_{j=1}^J \frac{q_j}{F} \exp\left(-\frac{x_j}{\nu_n l}\right) \left[\begin{cases} 0, & t < t_{1j} \\ \xi_{2n}(t - t_{1j}) + a \bar{\xi}_{1n}(t - t_{1j}), & t > t_{1j} \end{cases} - \right. \\ &\quad \left. - \begin{cases} 0, & t < t_{2j} \\ \xi_{2n}(t - t_{2j}) + a \bar{\xi}_{1n}(t - t_{2j}), & t > t_{2j} \end{cases} \right]. \end{aligned}$$

Таким чином, переходячи в рівності (17) до оригіналу, отримуємо

$$\begin{aligned} \tilde{p}_n(t) &= - \left(\frac{c}{\nu_n l} \right)^2 \nu_n l [d_1 \xi_{1n}(t) + d_2 \xi_{2n}(t) + d_3 \xi_{3n}(t)] - \\ &\quad - \left(\frac{c}{\nu_n l} \right)^2 \nu_n l \xi_{4n}(t) + c^2 \xi_{5n}(t) = \\ &= \left(\frac{c}{l} \right)^2 \frac{l}{\nu_n} [d_1 \xi_{1n}(t) + d_2 \xi_{2n}(t) + d_3 \xi_{3n}(t)] - \\ &\quad - \left(\frac{c}{l} \right)^2 \frac{l}{\nu_n} \xi_{4n}(t) + c^2 \xi_{5n}(t). \end{aligned}$$

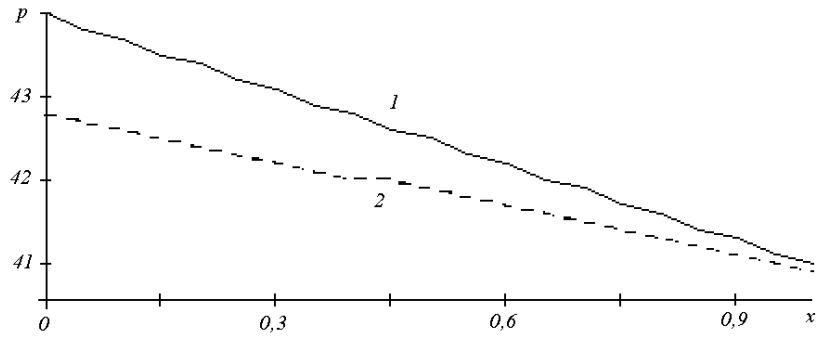


Рис.1. Розподіл стаціонарного тиску по довжині труби у випадку нелінійної (1) та лінеаризованої (2) моделей руху газу.

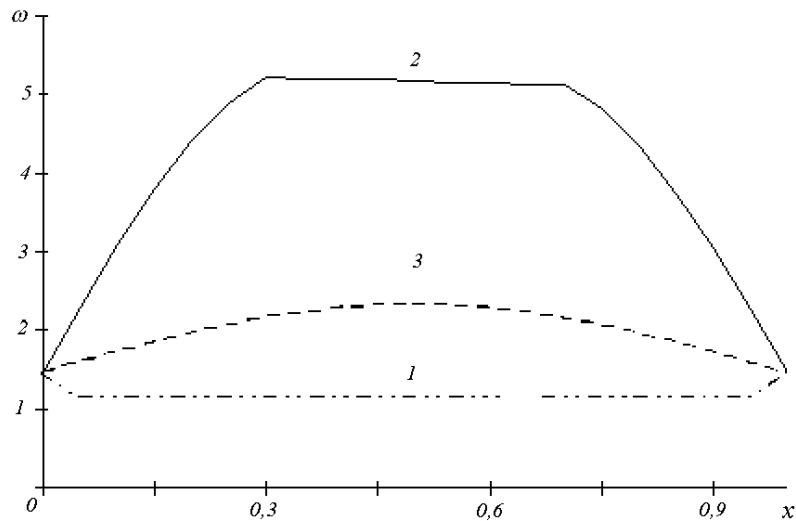


Рис.2. Розподіл масової швидкості по довжині труби у нестационарному випадку (лінеаризована модель):
1 — $t = 0, 1c$; 2 — $t = 3000c$; 3 — $t = 9000c$.

Підставляючи тепер знайдені коефіцієнти в формулу (11), можна знайти приведений до нульових граничних умов розподіл гідравлічного тиску $\tilde{p}(x, t)$, а формула

$$p(x, t) = \tilde{p}(x, t) - \frac{x}{l} h_p + p_{0k}$$

дозволяє обчислювати шукане значення гідравлічного тиску в довільній точці трубопроводу x в заданий момент часу t .

Оскільки тиск відомий, то розподіл масової швидкості в часі та по довжині труби може бути знайдений на основі вихідної системи рівнянь, або на основі взаємозв'язку між відповідними коефіцієнтами $\tilde{p}_n(s)$ та $\tilde{\omega}_n(s)$, згідно з формулою (15).

На рис. 1, 2 показано результати обчислень тиску та масової швидкості газу для трубопроводу довжиною 100 км при пропускній здатності 10 млн. м³ за добу, при значеннях

коефіцієнтів стиску та гідравлічного опору відповідно $z = 0,92$ та $\lambda = 0,02$. На кінці трубопроводу задається сталий тиск 41 кгс/см^2 .

1. *Александров А.В., Яковлев Е.И.* Проектирование и эксплуатация систем дальнего транспорта газа. — М.: Недра, 1974. — 432 с.
2. *Бобровский С.А., Шербаков С.Г., Яковлев Е.И. и др.* Трубопроводный транспорт газа. — М.: Наука, 1976. — 495 с.
3. *Митропольский Ю.А., Мосеенков Б.И.* Асимптотические решения уравнений в частных производных. — Киев: Выща шк., 1976. — 589 с.
4. *Митропольский Ю.А., Самойленко А.М.* Математические проблемы нелинейной механики. — Киев: Выща шк., 1987. — 72 с.
5. *Диткин В.А., Прудников А.П.* Справочник по операционному исчислению.—М.: Высш. шк., 1965. — 465 с.
6. *Диткин В.А., Прудников А.П.* Операционное исчисление. — М.: Высш. шк., 1975. — 407 с.

Получено 25.06.99