

УДК 536.46

ГАУССОВЫ ПРИБЛИЖЕНИЯ В СТОХАСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ УГОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ

И. А. Мальчевский

Президиум НАН Украины

Украина, 01601, Киев 30, ул. Владимирская, 54

Б. В. Кузьменко, Л. С. Гапонич

Ин-т угольных энерготехнологий НАН Украины и Минтопэнерго Украины

Stochastic models for self-inflammation of coal particles are characterized by a clear-cut nonlinearity that is due to the Arrhenius approximation of the reaction velocity constant and a complex structure of the stochastic component of the noise. We give models that describe the dynamics of the component. The obtained models consist of nonlinear ordinary differential equations that are solved by using numerical methods implemented in a computer software.

Стохастичні моделі процесу самозаймання вугільних частинок відрізняються чітко вираженою нелінійністю внаслідок наближення Арреніуса для константи швидкості реакції та складною структурою стохастичної компоненти — шуму. Наведено моделі, що описують динаміку розподілу цієї величини. Отримані моделі складаються із звичайних нелінійних диференціальних рівнянь, що розв'язуються числовими методами з використанням комп'ютерних технологій.

Колебание и повышение цен на нефть и природный газ в условиях Украины повышают интерес к использованию угля во всех энергетических отраслях экономики Украины. В вопросах сжигания угля важное место занимает вопрос создания теоретических основ и разработка воспламенительных устройств. Ряд вопросов решает математическая теория горения, в рамках которой возможно учесть влияние на этот процесс случайных воздействий вследствие флуктуации коэффициентов тепло- и массоотдачи, процесса пульсации температуры во внешней турбулентной среде.

Стохастическое моделирование процесса самовоспламенения угольных частиц проводилось в направлении конструирования соответствующих стохастических дифференциальных уравнений, содержащих случайные величины типа гауссовского и пуассоновского белого шума [1–3] и уравнения типа Фоккера – Планка и Колмогорова – Феллера, решение которых возможно с использованием сложнейших численных методов и соответствующих компьютерных технологий. На практике часто бывает достаточным описание не для функций распределения, а для динамики средней температуры (ее математического ожидания), для этого используется теория обыкновенных дифференциальных уравнений для средних величин. Такое направление в литературе практически не обсуждалось (теория стохастического самовоспламенения), хотя в теории случайных процессов многие вопросы исследованы и могут быть использованы при решении проблем угольной энергетики.

Для системы, поведение которой описывается стохастическим дифференциальным

уравнением

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = a(\lambda, t) + \sqrt{b(\lambda, t)}n(t), \quad \lambda(t_0) = \lambda_0,$$

где $a(\lambda, t)$, $b(\lambda, t)$ — коэффициенты соответственно сноса и диффузии — детерминированные функции своих аргументов; $n(t)$ — нормальный „белый” шум с известными статистическими характеристиками

$$\langle n(t) \rangle = 0, \quad \langle n(t_1)n(t_2) \rangle = 2S\delta(t_1 - t_2),$$

дифференциальное уравнение Фоккера–Планка для плотности вероятности $P(\lambda, t)$ ($\lambda(t)$ — марковский процесс), имеет вид

$$\frac{\partial P(\lambda, t)}{\partial t} = -\frac{\partial [a(\lambda, t)P(\lambda, t)]}{\partial \lambda} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 [b(\lambda, t)P(\lambda, t)]}{\partial \lambda^2}.$$

На практике часто применяются различные приближенные приемы, связанные с разложением $a(\lambda, t)$, $b(\lambda, t)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $m_\lambda(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda P(\lambda, t) d\lambda$, когда ограничиваются первыми членами разложения

$$a(\lambda, t) \approx a(m_\lambda, t) + \frac{\partial a(m_\lambda, t)}{\partial m_\lambda} [\lambda - m_\lambda(t)], \quad (1)$$

$$b(\lambda, t) \approx b(m_\lambda, t) + \frac{\partial b(m_\lambda, t)}{\partial m_\lambda} [\lambda - m_\lambda(t)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 b(m_\lambda, t)}{\partial m_\lambda^2} [\lambda - m_\lambda(t)]^2. \quad (2)$$

В этом случае для математического ожидания $m_\lambda(t)$ и дисперсии

$$D_\lambda(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} [\lambda - m_\lambda(t)]^2 P(\lambda, t) d\lambda$$

имеет место система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dm_\lambda}{dt} = a(m_\lambda, t) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 a(m_\lambda, t)}{\partial m_\lambda^2} D_\lambda(t),$$

$$\frac{dD_\lambda(t)}{dt} = \left[2 \frac{\partial a(m_\lambda, t)}{\partial m_\lambda} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 b(m_\lambda, t)}{\partial m_\lambda^2} \right] D_\lambda(t) + b(m_\lambda, t).$$

Для случая стохастического воспламенения угольной частицы

$$\lambda(\tau) = \theta(\tau) = \frac{E}{RT^2}(T - T_0), \quad a(\lambda, \tau) = \frac{\delta \exp(\theta)}{1 + \mu \exp(\theta)} - \theta, \quad b(\lambda, t) = 2\sigma = 2 \frac{E^2 S}{C \alpha R^2 T_0^4},$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{c}, \quad \delta = \frac{Qk(T_0)c_0 E}{\alpha R T_0^2}, \quad \mu = \frac{k(T)}{\beta}, \quad k(T) = Z \exp\left(-\frac{E}{RT}\right).$$

Здесь c — концентрация вещества у поверхности угольной частицы; T_1 и T_0 — температура поверхности и окружающей среды; α и β — коэффициенты тепло- и массообмена; Q — теплота реакции; C — теплоемкость; c_0 — концентрация вещества при температуре T_0 ; E — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная; S — параметр шума, выражается через коррелятор случайной функции времени, оцениваемый в эксперименте; Z — наблюдаемый предэкспоненциальный множитель.

В более простом случае система дифференциальных уравнений для $m_\lambda(t)$ и $D_\lambda(t)$ имеет вид

$$\frac{dm_\lambda}{dt} = a(m_\lambda, t),$$

$$\frac{dD_\lambda(t)}{dt} = 2D_\lambda(t) \frac{\partial a(m_\lambda, t)}{\partial m_\lambda} + b(m_\lambda, t).$$

В рассматриваемом случае $b(m_\lambda, t) = 2\sigma = \text{const}$,

$$\frac{\partial b(m_\lambda, t)}{\partial m_\lambda} = \frac{\partial^2 b(m_\lambda, t)}{\partial m_\lambda^2} = 0, \quad \frac{\partial a(m_\lambda, t)}{\partial m_\lambda} = \frac{\delta e^{\bar{\theta}}(1 - \mu + \mu\bar{\theta})}{1 + \mu e^{\bar{\theta}}},$$

$$\frac{\partial^2 a(m_\lambda, t)}{\partial m_\lambda^2} = \frac{\delta e^{\bar{\theta}}(1 - \mu + \mu\bar{\theta})}{(1 + \mu e^{\bar{\theta}})^2}, \quad \bar{\theta} = \int_{-\infty}^{\infty} \theta P(\theta, \tau) d\theta.$$

Т. е. для случая, когда учитываются только члены до первого порядка при разложении коэффициентов $a(\lambda, t)$, $b(\lambda, t)$ в ряд Тэйлора, система двух обыкновенных уравнений для определения $\bar{\theta}_\lambda(\tau)$ и $D_\lambda(\tau)$ будет иметь вид $\left(D(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} [\theta - \bar{\theta}(\tau)]^2 P(\theta, \tau) d\theta \right)$:

$$\frac{d\bar{\theta}(\tau)}{d\tau} = \frac{\delta e^{\bar{\theta}(\tau)}}{1 + \mu e^{\bar{\theta}(\tau)}} - \bar{\theta}(\tau), \tag{3}$$

$$\frac{dD(\tau)}{d\tau} = 2 \left[\frac{\delta e^{\bar{\theta}(\tau)}}{(1 + \mu e^{\bar{\theta}(\tau)})^2} - 1 \right] D(\tau) + 2\sigma.$$

Для случая, когда учитываются составляющие разложения в ряд Тэйлора до второго порядка включительно, с учетом (1), (2) для $\bar{\theta}_\lambda(\tau)$ и $D(\tau)$ будут иметь место следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{d\bar{\theta}(\tau)}{d\tau} = \frac{\delta e^{\bar{\theta}(\tau)}}{1 + \mu e^{\bar{\theta}(\tau)}} + \frac{\delta e^{\bar{\theta}(\tau)} [1 + \mu(\delta - 1)e^{\bar{\theta}(\tau)}]}{2 [1 + \mu e^{\bar{\theta}(\tau)}]^3} D(\tau) - \bar{\theta}(\tau), \tag{4}$$

$$\frac{dD(\tau)}{d\tau} = 2 \left[\frac{\delta e^{\bar{\theta}(\tau)}}{(1 + \mu e^{\bar{\theta}(\tau)})^2} - 1 \right] D(\tau) + 2\sigma.$$

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений (3) и (4) дополняются начальными условиями

$$\bar{\theta}_\lambda(\tau_0) = \bar{\theta}_0, \quad D(\tau_0) = D_0. \quad (5)$$

Расчеты по моделям в виде систем (3), (4) и начальных условий (5) проводятся с использованием компьютерных технологий, включая возможность автоматического управления процессом воспламенения и последующего горения твердого топлива.

Выводы.

1. Получены математические модели процессов самовоспламенения, учитывающие случайную структуру этого процесса. Переменные величины моделей содержат величину средней температуры пылевоздушной смеси, ее дисперсию как вероятную величину и существенно упрощают математическое описание процесса, поскольку не содержат дифференциальную функцию распределения.

2. Полученные модели дают возможность исследовать динамику температуры нагревающейся пылевоздушной смеси с учетом состава ее компонентов, а также аэродинамических и других характеристик потока.

1. Федотов С. П., Третьяков М. В. Стационарные режимы гетерогенных химических реакций при наличии внешних шумов // Хим. физика. — 1990. — 7, № 11. — С. 1533–1538.
2. Волков Э. П., Зайчик Л. И., Першук В. А. Моделирование горения твердого топлива. — М.: Наука, 1994. — 320 с.
3. Кузьменко Б. В., Мальчевский И. А. Стохастическое моделирование процессов самовоспламенения и горения частиц твердого топлива // Экотехнологии и ресурсосбережения. — 2000. — № 6. — С. 3–6.

Получено 10.06.2003