Білети до екзамену ‘Теорія деформацій’ 17.1.2010

1. Інфінітезимальна деформація є 2-коциклом Хохшильда.

2. Когомології Хохшильда. Стягуваність бар-резольвенти.

3. Існування підкомплекса $SV \otimes \wedge V \otimes SV$ в бар-резольвенті $B(SV)$.

4. $S\Bbbk \otimes \wedge\Bbbk \otimes S\Bbbk$ – резольвента $S\Bbbk$-бімодуля $S\Bbbk = \Bbbk[x]$.

5. Означення алгебри Пуассона. Алгебра Пуассона пов’язана з деформацією комутативної алгебри.

6. Означення dg-алгебри Лі, приклади.

7. Означення операди.

8. Операда $\operatorname{End} X$ і операції Ґерстенгабера $\circledcirc_i$.

9. Означення передлієвої алгебри. Зв’язок між передлієвими алгебрами і градуйованими алгебрами Лі.

10. Передлієва алгебра, побудована по $\Bbbk$-лінійній операді.

11. Комутативність алгебри $(HH(A,A), \cup)$ в когомологіях Хохшильда алгебри A.

12. Для асоціативної деформації $\sum_{i=0}^{n-1} t^i \mu_i$ довести, що $\partial \sum_{i=1}^{n-1} \mu_i \circledcirc \mu_{n-i} = 0$.

13. Комутативні артинові кільця. Категорія $\mathrm{Artin}_\Bbbk$. Комутативні нетерові повні локальні $\Bbbk$-алгебри. Приклади.

14. Плоска зв’язність на тривіальному розшаруванні.

15. Гомоморфізм з $\widehat{\mathrm{Artin}_\Bbbk}$ – сюр’єктивний $\iff$ кодотичне відображення сюр’єктивне.

16. Гладке перетворення між функторами із значеннями в множинах. Гладкість перетворення досить перевіряти на головних малих розширеннях.

17. Деформаційні функтори. Приклади.

18. Деформації асоціативної алгебри X та функтори MC_X і Def_X.

19. Def_X є деформаційним функтором.

20. Дотичний простір до деформаційного функтора.

21. Однорідний функтор. Однорідність функтора exp для нільпотентної алгебри Лі.

22. Гладкий функтор. Гладкість функтора G_L.

23. Функтор Маурера–Картана MC_L, пов’язаний з dg-алгеброю Лі L.

24. Дія G_L на MC_L для dg-алгебри Лі L.

25. Орбіти дії гладкого деформаційного групового функтора на деформаційному функторі утворюють деформаційний функтор.

26. Дія G_L на MC_L для поляризованої градуйованої алгебри Лі (L, δ). Дія у випадку алгебри Лі Ґерстенгабера.

27. Групоїд, пов'язаний з дією групи на множині. Еквівалентність групоїдів $\widetilde{MC_{\bar{L}}}(A)$ та $MC_X(A)$.

28. Дотичний простір до деформаційного групового функтора та дотична дія.

29. Функтор $\mathrm{Iso}(a, b)$, побудований по дії G на F – деформаційний.

30. Якщо дотичне відображення до перетворення деформаційного функтора в однорідний ін'єктивне, то і саме перетворення – ін'єктивне.

31. Якщо відображення між діями $(G, F) \to (G', F')$ з однорідним G' індукує ін'єктивне відображення $\operatorname{Ker}\nu \to \operatorname{Ker}\nu'$, то функтор $\tilde{F}(R) \to \tilde{F}'(R)$ – строгий.

32. Означення теорії перешкод для деформаційного функтора.

33. Теорія перешкод для функтора MC_L.

34. Функція перешкод постійна на орбітах дії гладкого деформаційного групового функтора на деформаційному функторі.

35. Стандартний критерій гладкості перетворення між деформаційними функторами.

36. Структура $\Bbbk$-векторного простору на $F(\Bbbk \oplus J) \simeq t_F \otimes J$. Його дія на шарах відображення $F(B) \to F(A)$.

37. $\operatorname{Coker}\nu$ – повний простір перешкод для $\mathrm{Iso}(a, b)$.

38. Якщо морфізм дій $(G, F) \to (G', F')$ гладких деформаційних групових функторів на однорідних функторах індукує сюр'єктивне відображення $\operatorname{Ker}\nu \to \operatorname{Ker}\nu'$ і ін'єктивне відображення $\operatorname{Coker}\nu \to \operatorname{Coker}\nu'$, то функтор $\tilde{F}(R) \to \tilde{F}'(R)$ – повний.

39. Існування підфунктора $K_a \subset \widetilde{MC_L}(R)(a, a)$.

40. Нормальність сім'ї підгруп $K_a \subset \widetilde{MC_L}(R)(a, a)$.

41. Достатні когомологічні умови для ізоморфізму $\mathrm{Def}_L \to \mathrm{Def}_N$.

42. Відношення квазіізоморфності dg-алгебр Лі.