

ВЛАДИСЛАВ КИРИЛЛОВИЧ ДЗЯДЫК (к шестидесятилетию со дня рождения)

18 февраля 1979 г. исполнилось 60 лет известному советскому математику Владиславу Кирилловичу Дзядыку.

Свой математический талант и неиссякаемую энергию Владислав Кириллович посвятил теории приближения функций.

Первый весомый вклад в эту теорию он внес в 1953 г., через два года после окончания Днепропетровского госуниверситета, решив при всех $r \in (0, 1)$ задачу Ж. Фавара о точной верхней грани наилучших приближений $E_n(f)$ тригонометрическими полиномами $T_{n-1}(t)$ на классах W_C^r и W_L^r 2π -периодических функций $f(t)$, у которых $\|f^{(r)}(t)\|_M \leq 1$ и соответственно $\|f^r(t)\|_L \leq 1$, и указал наилучшие линейные методы для этих классов. Позже (в 1959—1961 гг. и в 1974 г.) В. К. Дзядык опять вернулся к этой проблеме и при помощи совершенно иных идей построил общую теорию приближения абсолютно монотонных функций, из которой в виде частного случая следовало [полное решение задачи Фавара и задач, относящихся к сопряженному случаю, возникших под влиянием работ Б. Нады, Н. И. Ахиезера, М. Г. Крейна и С. Б. Стечкина. При этом был глубоко исследован вопрос о движении нулей функций при их дифференцировании. В частности, было обнаружено, что если некоторая функция $K(t)$ имеет на $(-\infty, a)$ абсолютно монотонную $K'(t)$, то, каков бы ни был тригонометрический полином $T_n(t)$ порядка n , трансцендентное уравнение $K(t) - T_n(t) = 0$ имеет на $[a - 2\pi, a)$ с учетом кратностей не более чем $2n + 1$ нулей.

В 1956 г. В. К. Дзядык доказал, что если для алгебраического многочлена $P_n(x)$ степени n на отрезке $[-1, 1]$ выполняется неравенство $|P_n(x)| \leq (n^{-1} \sqrt{1-x^2} + n^{-2})^s$, $s > 0$, то

$$(1) \quad |P_n'(x)| \leq A (n^{-1} \sqrt{1-x^2} + n^{-2})^{s-1}, \quad A = \text{const}, \quad -1 \leq x \leq 1,$$

и с помощью этого результата установил обратные теоремы приближения для классов

$$\text{WrH}\alpha_{[-1;1]}^{\text{df}} = \{f : |f^{(r)}(x_1) - f^{(r)}(x_2)| \leq A |x_1 - x_2|^\alpha, \quad x_1, x_2 \in [-1, 1]\},$$

$$r = 0, 1, \dots; \quad 0 < \alpha < 1.$$

Благодаря этим теоремам и прямым теоремам С. М. Никольского и А. Ф. Тимана была впервые получена конструктивная характеристика классов Гельдера непериодических функций.

В 1960 г. В. К. Дзядык защитил докторскую диссертацию и переехал в Киев из Луцка, где в 1953—1960 гг. он работал в пединституте. С 1963 г. В. К. Дзядык заведует отделом теории функций Института математики АН УССР. Здесь он создает школу по теории приближения функций: им подготовлено 30 кандидатов и 2 доктора наук (А. И. Степанец и В. И. Белый). С 1961 г. В. К. Дзядык работает по совместительству в Киевском университете. Здесь он до 1967 г. заведовал кафедрой математического анализа. В 1969 г. В. К. Дзядык избран членом-корреспондентом АН УССР.

В 1961 г. вышла статья В. К. Дзядыка «К вопросу о приближении непрерывных функций в замкнутых областях с углами и о проблеме С. М. Никольского». Эта статья вместе с его другими работами, опубликованными в 1959—1967 гг., заложила фундамент новому большому направлению в теории функций. В. К. Дзядык провел исследование линий уровня достаточно широкого подкласса \mathfrak{M}' множеств с кусочно-гладкой границей, получил на нем аналог неравенства (1): если $\forall \zeta \in \partial\mathfrak{M}^\sim : P_n(\zeta) \leq \rho_{1+\frac{1}{n}}^s(\zeta)^1$, то

$$(2) \quad \forall \zeta \in \partial\mathfrak{M}^\sim : |P'_n(\zeta)| \leq A \rho_{1+\frac{1}{n}}^{s-1}(\zeta),$$

и с его помощью установил обратные теоремы для функций классов $A^r H^{\alpha, df} \{f: f \in W^r H^{\alpha, df} \mathfrak{M}^\sim$ и f — аналитическая в $\text{int } \mathfrak{M}^\sim\}$, где r — целое неотрицательное, $0 < \alpha < 1$. Благодаря этому обстоятельству впервые выяснилась связь между конструктивной характеристикой периодических функций и конструктивной характеристикой функций, заданных на отрезке $[-1, 1]$.

Дальнейшими исследованиями В. К. Дзядыка, Н. А. Лебедева и П. М. Тамразова неравенство (2), а также обратные теоремы были распространены на произвольные допустимые континуумы.

Задача получения прямых теорем оказалась исключительно тонкой и трудной. Для решения этой задачи В. К. Дзядык ввел важные понятия обобщенных сдвига $\zeta \stackrel{df}{=} \Psi[\Phi(\zeta) e^{-it}]$ и растяжения $\tilde{\zeta} \stackrel{df}{=} \Psi[R\Phi(\zeta)]$, $R > 1$ и при их помощи построил теорию свертки для рядов Фабера и теорию многочленных ядер.

Теорема о свертке (1961—1967). Пусть \mathfrak{M} — допустимый континуум со спрямляемой границей Γ , и пусть на Γ заданы две функции $f(\zeta)$ и $K(\zeta)$ такие, что порождаемые ими на единичной окружности функции $\hat{f}(t) \stackrel{df}{=} f[\Psi(e^{it})]$, $\hat{K}(t) = K[\Psi(e^{it})]$ являются суммируемыми на $[0, 2\pi]$.

Тогда, если: 1) $f(z) \sim \sum_0^\infty c_k F_k(z)$ и $K(z) \sim \sum_0^\infty \lambda_k F_k(z)$, 2) по крайней мере одна из трех функций $\hat{f}(t)$, $\hat{K}(t)$, $\Psi'(e^{it})$ имеет на $[0, 2\pi]$ ограниченную вариацию, то для каждого $z \in \text{int } \mathfrak{M}$

$$(3) \quad (K * f) \stackrel{df}{=} \frac{1}{4\pi^2 i} \int_{-\pi}^{\pi} \hat{K}(t) dt \int_{\Gamma} f(\zeta) (\zeta - z)^{-1} d\zeta = \sum_0^\infty \lambda_k c_k F_k(z).$$

Эта теорема позволила, полагая в (3) в качестве $\hat{K}(t)$ периодические ядра Дирихле, Фейера, Джексона, Пуассона и др., получив, отправляясь от рядов Фабера, аналоги частных сумм ряда Фурье, сумм Фейера, полиномов Джексона, интеграла Пуассона и др. и установить прямые теоремы для классов $A^r H^{\omega}$ на \mathfrak{M}^\sim , в результате чего В. К. Дзядык в 1959—1963 гг. получил следующую теорему.

Теорема о конструктивной характеристике функций классов Гёльдера. Для того чтобы на \mathfrak{M}^\sim функция $f(z) \in A^r H^{\alpha}$, где r — целое и $0 < \alpha < 1$, необходимо и достаточно, чтобы $\forall n = 1, 2, \dots$ нашелся многочлен $P_n(z)$

¹⁾ Для допустимого (т. е. ограниченного не вырожденного и не разбивающего плоскость) континуума \mathfrak{M} обозначим через $w = \Phi(z)$ функцию, которая конформно и однолистно отображает $C\mathfrak{M}$ на $|w| > 1$ так, что при этом $0 < \lim_{z \rightarrow \infty} z^{-1} \Phi(z) < \infty$,

$\rho_{1+\frac{1}{n}}(z)$ — расстояние от $z \in \partial\mathfrak{M}$ до линии уровня $\Gamma_{1+\frac{1}{n}} = \{\zeta : |\Phi(\zeta)| = 1 + \frac{1}{n}\}$, $F_k(z) = F_k(\mathfrak{M}; z)$ — многочлены Фабера, $P_k = P_k(\mathfrak{M}; z)$ — обобщенные многочлены Фабера, $\Psi(w) \stackrel{df}{=} \Phi^{-1}(w)$.

степени $\leq n$ такой, что

$$(4) \quad |f(z) - P_n(z)| \leq A \rho^{r+\alpha} (z) \quad \forall z \in \partial \mathcal{M}^{\sim}, \quad A = \text{const.}$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{n}}$$

В 1967 г. В. К. Дзядык с целью обобщения прямых теорем на более широкие классы множеств построил замечательные многочленные ядра для приближения ядра Коши $(\xi - z)^{-1}$:

$$K_{m, n}(\xi; z) = \frac{1 - [1 - (\xi - z) \pi_n(\xi; z)]^m}{\xi - z},$$

в которых функция $\pi_n(\xi; z)$, постепенно модифицируясь, к 1969 г. приняла вид

$$\pi_n(\xi; z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} J_{kn}(t) (\xi t - z)^{-1} dt = \sum_0^{h(n-1)} j_\nu [\Phi(\tilde{\xi})]^{-\nu} P_\nu(z),$$

где $\tilde{\xi} = \Psi \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right) \Phi(\xi) \right]_i$ и $J_{kn}(t) = \sum_{-k(n-1)}^{k(n-1)} j_\nu e^{i\nu t}$ — обобщенное ядро Джексона.

Ядра $K_{m, n}(\xi; z)$ очень точно наследуют целый ряд основных свойств ядра Коши. С помощью этих ядер прямые теоремы В. К. Дзядыком и его учениками обобщены на значительно более широкие классы множеств и функций и, в частности, на области с квазиконформной границей и на классы Зигмунда.

В итоге к настоящему времени В. К. Дзядыком и его учениками и последователями создано одно из самых богатых идеями и результатами направлений в теории приближений. Оно органически включает в себя ряд новых результатов из теории граничных свойств аналитических функций, теории квазиконформных отображений и др.

Начиная с 1969 г., В. К. Дзядык разработал и глубоко обосновал так называемый аппроксимационный метод решения дифференциальных уравнений. Этот метод дает возможность эффективно строить при помощи ЭВМ (а иногда и без них) многочлены, а также кусочно-многочленные агрегаты хорошего приближения для функций, которые являются решениями следующих задач: задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, задача Гурса, различные задачи для уравнений с запаздывающим аргументом, краевые задачи для обыкновенных уравнений и др.

Применение этого метода к линейным дифференциальным уравнениям с многочленными коэффициентами вида

$$(5) \quad a_0(z) y^{(k)} + a_1(z) y^{(k-1)} + \dots + a_k(z) y = P(z), \quad y^{(j)}(0) = y_j,$$

$j = 0, 1, \dots, k-1$, где $a_j(z)$ и $P(z)$ — многочлены, позволило создать и обосновать простые алгоритмы для эффективного построения алгебраических многочленов $y_n(z) = y_n(z; h)$, осуществляющих на $[-h, h]$ при $a_0(z) \neq 0$ в наиболее важных случаях такое приближение искомого решения $y(z)$ уравнения (5), которое с точностью до множителя, не превышающего $1 + An^{-1}$, $A = \text{const}$, совпадает с величиной $E_n(y)$ наилучшего приближения функции $y(z)$ многочленами степени $\leq n$.

Следует отметить, что этот метод позволил весьма изящно получить для всех основных элементарных функций асимптотику уклонения от них их диагональных аппроксимаций Паде и эффективно построить для каждого решения $y(z)$ задачи (5) рациональные полиномы, которые сходятся к нему во всей его прямолинейной звезде Миттаг-Леффлера.

В. К. Дзядык внес большой вклад в создание единственного существующего ныне общего метода получения асимптотических значений точных верхних граней отклонений наиболее важных неположительных линейных методов суммирования рядов Фурье (частные суммы ряда Фурье, методы Рогозинского, Рисса, отдельные методы Валле-Пуссена и др.) функций класса Гёльдера. Идеи В. К. Дзядыка по созданию указанного метода успешно применялись и развивались его учениками и последователями (А. И. Степанец, В. Т. Гаврилюк и др.).

В. К. Дзядыку принадлежит заслуга в получении целого ряда законченных отдельных результатов: 1) получена оригинальная геометрическая характеристика всего класса \mathfrak{A} аналитических и сопряженных к ним функций: для того чтобы в области G функция $u(x, y) + iv(x, y) \in \mathfrak{A}$, необходимо и достаточно, чтобы три поверхности $z = u(x, y)$, $z = v(x, y)$ и $z = |u + iv| = \sqrt{u^2(x, y) + v^2(x, y)}$ имели над произвольной под-областью $g \subset G$ равные площадки (1960); 2) обоснован метод сеток в теории и практике чебышёвского приближения функций (1971); 3) установлен признак типа Дини сходимости ряда Дирихле на выпуклом замкнутом многоугольнике и дано необходимое и достаточное условие сходимости такого ряда на замкнутом прямоугольнике (1974); 4) при

$\forall a_n \geq 0$ найдена при каждом $n = 1, 2, \dots$ величина $E_n \left(\sum_0^n a_k x^k \right)_L$ наилучшего приближения на $[0, 2\pi]$ при помощи тригонометрических полиномов (1961); 5) с помощью перехода в плоскость осуществлено продолжение функции с отрезка на всю ось, при котором с точностью до константы сохраняется ее интегральный модуль непрерывности в L_p , $p \geq 1$ (1956); 6) получены законченные результаты по усилению и развитию исследований П. Л. Чебышёва, А. А. Маркова и Е. И. Золотарева о многочленах, наименее уклоняющихся от нуля (1976 и 1978), по задаче Колмогорова о промежуточных производных (1974—1975), по приближению сингулярными интегралами в L_1 (1966) и др.

Недавно (1977) вышла в свет монография В. К. Дзядыка «Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами», в которой он компактно изложил многие полученные им результаты в области теории приближений, имеющие фундаментальное значение.

Мы знаем, что Владислав Кириллович имеет широкие научные планы. Они совершенно реальны, и мы не сомневаемся в том, что они будут с успехом осуществлены.

Н. П. Корнейчук, С. М. Никольский, И. А. Шевчук

СПИСОК ПЕЧАТНЫХ РАБОТ В. К. ДЗЯДЫКА ¹⁾

40. О наилучшем приближении в среднем дифференцируемых непериодических функций (автореферат канд. дисс.), Типография Днепропетровского металлургического института, 1953, 1—7.
41. Про одне нове доведення теореми Вейерштрасса про наближення неперервних функцій многочленами, Звітно-наук. конф. викладачів в фіз.-матем. наук педінститутів в УРСР, МО УРСР, КДПІ, Київ, 1958, 5.
42. Исследование аппроксимативных и геометрических свойств некоторых классов функций (автореферат докт. дисс.), М., Изд-во АН СССР, 1960, 1—33.
43. Сергей Михайлович Никольский (к шестидесятилетию со дня рождения), УМН 20 : 5 (1966), 265—288 (совм. с А. Н. Колмогоровым и Л. Д. Кудрявцевым).
44. Евгений Яковлевич Ремез (к 70-летию со дня рождения), УМЖ 18 : 3 (1966), 97—99 (совм. с Ю. А. Митропольским).
45. Теорія функцій дійсної змінної, Історія АН УРСР, кн. I (1967), 433—436 (совм. с Е. Я. Ремезом).
46. О равномерном приближении функций комплексного переменного на замкнутых множествах с углами, Матем. сб. 75 : 4 (1968), 502—557 (совм. с Г. А. Алибековым).
47. Оценка остатка для некоторых кубатурных формул, УМЖ 20 : 2 (1968), 147—155 (совм. с В. А. Панасовичем).
48. О конструктивной характеристике функций классов Гёльдера на замкнутых множествах с кусочно-гладкой границей, допускающей нулевые углы, УМЖ 20 : 5 (1968), 603—619.

¹⁾ Начало списка см. «Математика в СССР за сорок лет. 1917—1957», т. 2, М., Физматгиз, 1959, с. 231—232, и «Математика в СССР. 1958—1967», т. 2, вып. 1, А — Л., М. «Наука», 1969, с. 415—416.

49. Исследования по теории приближений аналитических функций, проводимые в Институте математики АН УССР, УМЖ 21 : 2 (1969), 173—192.
50. Про наближення функцій класів Гельдера многочленами Рогозинського, ДАН УРСР, сер. А, № 3 (1969), 203—206 (совм. с В. Т. Гаврилюк и А. И. Степанцом).
51. О применении линейных методов к приближению полиномами функций, являющихся решениями интегральных уравнений Фредгольма второго рода. I, УМЖ 22 : 4 (1970), 461—480.
52. О применении линейных методов к приближению полиномами функций, являющихся решениями интегральных уравнений Фредгольма второго рода. II, УМЖ, 22 : 5 (1970), 579—590.
53. О приближении полиномами решений обыкновенных дифференциальных уравнений, ДАН УРСР, сер. А, № 5 (1970), 391—393 (совм. с В. В. Крочуком).
54. О точной верхней грани приближений на классах дифференцируемых периодических функций при помощи полиномов Рогозинского, УМЖ 22 : 4 (1970), 481—493 (совм. с В. Т. Гаврилюк и А. И. Степанцом).
55. О применении линейных методов к приближению полиномами решений обыкновенных дифференциальных уравнений и интегральных уравнений Гаммерштейна, Изв. АН 34 : 4 (1970), 827—848.
56. Два доведення однієї нерівності Коші, Зб. «У світі математики», вип. 2, Київ, «Радянська школа», 1970, Київ.
57. Деякі питання сучасного розвитку теорії наближення функцій, Тези 5-ї наук. конф. молодих матем. України, Київ, 1970, 12—13.
58. Об одном способе построения нормальных в смысле А. Н. Тихонова решений систем линейных уравнений, УМЖ 23 : 2 (1971), 235—239.
59. Про оцінки похибок при застосуванні методу сіток в теорії чебышевського наближення функцій, ДАН УРСР, сер. А, № 6 (1971), 500—504.
60. О последовательности нулей интегрального синуса, Сб. «Метрические вопросы теории функций и отображений», вып. 2, Киев, «Наукова думка», 1971, 64—73 (совм. с А. И. Степанцом).
61. О приближении функций классов Гельдера на замкнутых множествах с острыми внешними углами, Сб. «Метрические вопросы теории функций и отображений», вып. 2, Киев, «Наукова думка», (1971), 74—164 (совм. с А. И. Шваем).
62. О применении обобщенных многочленов Фабера к приближению интегралов типа Коши и функций классов A^r в областях с гладкой и кусочно-гладкой границей, УМЖ 24 : 1 (1972), 3—19.
63. Асимптотические равенства для точных верхних граней приближений функций классов Гельдера при помощи полиномов Рогозинского, УМЖ 24 : 4 (1972), 476—487 (совм. с А. И. Степанцом).
64. О предельных значениях интеграла типа Коши для функций классов Зигмунда, УМЖ 24 : 5 (1972), 601—617 (совм. с И. А. Шевчуком).
65. Zwei Beweise einer Ungleichung von Cauchy, J-1 Alpha, № 2 (1972), 27.
66. Про одну екстремальну задачу, ДАН УРСР, сер. А, № 4 (1973), 299—300.
67. Метод разложения единицы в областях с кусочно-гладкой границей на сумму алгебраических многочленов двух переменных, имеющих некоторые свойства ядер, УМЖ 25 : 2 (1973), 179—192 (совм. с В. Н. Коноваловым).
68. Об эффективном построении многочленов, которые осуществляют близкое к наилучшему приближение функций e^x , $\sin x$ и др., УМЖ 25 : 4 (1973), 435—453.
69. О представлении аналитических функций рядами Дирихле на границе области сходимости, Матем. заметки 14 : 6 (1973), 777—788 (совм. с Е. К. Крутиголовой).
70. Аппроксимационный метод приближения алгебраическими многочленами решений линейных дифференциальных уравнений, Изв. АН, сер. матем. 38 : 4 (1974), 937—967.
71. О наилучшем приближении на классах периодических функций, определяемых интегралами от линейной комбинации абсолютно монотонных ядер, Матем. заметки 16 : 5 (1974), 691—701.

72. К проблеме А. Н. Колмогорова о зависимостях между верхними гранями производных вещественных функций, заданных на всей оси, УМЖ 26 : 3 (1974), 300—317 (совм. с В. А. Дубовиком).
73. Об условиях сходимости рядов Дирихле на замкнутых многоугольниках, Матем. сб. 95 : 4 (1974), 475—493.
74. О приближении функций на множествах, состоящих из конечного числа точек, Сб. «Теор. прил. функций и ее прилож.», Киев, 1974, 69—80.
75. Аппроксимационная характеристика классов Липшица, W^rH^1 , $r = 0, 1, 2, \dots$, Analysis mathematica 1 : 1 (1975), 19—29.
76. О неравенствах А. Н. Колмогорова о зависимостях между верхними гранями производных вещественных функций, заданных на всей оси, УМЖ 27 : 3 (1975), 291—299 (совм. с В. А. Дубовиком).
77. Аппроксимационный метод решения дифференциальных уравнений, Сб. «Математизация знаний и научно-технический прогресс», Киев, «Наукова думка», 1975, 176—187.
78. К теории приближения функций на замкнутых множествах комплексной плоскости (по поводу одной проблемы С. Н. Никольского), Труды Матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 134 (1975), 63—114.
79. О точных верхних гранях наилучших приближений на некоторых классах непрерывных функций, определенных на всей вещественной оси, ДАН УССР, сер. А, № 7, (1975), 589—594.
80. Применение методов теории квазиконформных отображений к получению прямых теорем приближения функций, ДАН 225 : 3 (1975), 491—494.
81. Сергей Михайлович Никольский (к семидесятилетию со дня рождения), УМН 30 : 4 (1975), 271—278 (совм. с А. Н. Колмогоровым и Л. Д. Кудрявцевым).
82. О применении линейных операторов к приближенному решению обыкновенных дифференциальных уравнений, Сб. «Вопросы теории приближения функций и их приложений», Киев, 1976, 61—96.
83. Евгений Яковлевич Ремез (к восьмидесятилетию со дня рождения), УМЖ 28 : 5 (1976), 711 (совм. с Ю. А. Митропольским и В. Т. Гаврилюк).
84. К приближению функций комплексного переменного на дугах, УМЖ 29 : 5 (1977), 254—258.
85. Аппроксимационный метод решения дифференциальных уравнений, Труды Междунар. конференции по теории приближения функций, М., «Наука», 1977, 149—157.
86. О конструктивной теории функций на замкнутых множествах комплексной плоскости, Труды Междунар. конференции по теории приближения функций, М., «Наука», 1977, 157—172.
87. Приближение рациональными многочленами решений линейных дифференциальных уравнений с многочленными коэффициентами ДАН УССР, сер. А, № 5 (1977), 392—395 (совм. с Л. И. Филозофом).
88. On a problem of Chebyshev and Markov, Anal. Math. 3 : 3 (1977), 171—175.
89. Об эффективном приближении многочленами элементарных функций, Препринт ИМ АН УССР, 77—21, Киев, 1977, 1—42 (совм. с Э. В. Зарицкой, С. Ф. Карпенко, Н. Ф. Кононовой).
90. Таблицы многочленов для приближенного вычисления элементарных функций, Препринт ИМ АН УССР, 77—28, Киев, 1977, 1—28.
91. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами, М., «Наука», 1977, 508.
92. О конструктивной теории функций на замкнутых множествах комплексной плоскости, Труды Междунар. конференции по теории приближений функций, «Наука», 1977, 157—172.
93. О поведении множества экстремальных полиномов по T -системе при наличии связей, Сб. «Исследования по теории приближения функций и их приложениям», Киев, Изд-во Ин-та матем. АН УССР, 1978, 56—60.

94. О приближении некоторых ядер, Сб. «Исследования по теории приближения функций и их приложения», Изд-во Ин-та матем. АН УССР (1978), 61—68 (совм. с А. И. Шваем и П. Е. Антонюком).
95. О скорости сходимости аппроксимаций Паде для некоторых элементарных функций, Матем. сб. 107 : 3 (1978), 347—363 (совм. с Л. И. Филозофом).
96. Теория функций. В кн. «История Академии наук Украинской ССР», Киев, «Наукова думка», 1979, 51—54.
97. Некоторые специальные функции и их роль при решении неоднородных дифференциальных уравнений с точкой поворота, Сб. «Теория функций и ее приложения», Киев, «Наукова думка», 1979, 61—81.
98. Об оценке погрешности полиномиальной аппроксимации решений обыкновенных дифференциальных уравнений, УМЖ 31 : 1 (1979), 83—89.
99. Об асимптотике диагональных аппроксимаций Паде функций $\sin z$, $\cos z$, $\operatorname{sh} z$ и $\operatorname{ch} z$, Матем. сб. 108 : 2 (1979), 247—267.