АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

КИЕВ НАУКОВА ДУМКА 1988

УДК 51(091)

Институт математики / АН УССР; Сост. Митропольский Ю. А., Строк В. В.; Отв ред. Митропольский Ю. А.— Киев: Наук. думка, 1988.— 176 с.— ISBN 5-12-000399-0.

Книга знакомит читателя с историей становления и развития одного из старейших математических учреждений Советского Союза — Института математики АН УССР, основными вехами пятидесятилетней деятельности института, важнейшими достижениями в области теоретических исследований. Показан вклад ученых института в развитие и организацию математических исследований на Украине, научно-технический прогресс страны, освещается активная работа его коллектива по подготовке высококвалифицированных математических кадров и созданию научного потенциала для других научных учреждений, их творческие связи с математиками братских республик Советского Союза и зарубежными научными центрами.

Для математиков, механиков, а также широкого круга читателей, интересующихся историей науки и естествознания.

Ил. 38. Библиогр.: с. 167—174.

Составители

Ю. А. Митропольский, В. В. Строк

Ответственный редактор

Ю. А. Митропольский

Утверждено к печати ученым советом
Института математики АН УССР

Редакция физико-математической литературы

И $\frac{17\ 2010000\text{-}316}{\text{М}221(04)\text{-}88}$ КУ-2-22-88

ISBN 5-12-000399-0

ПРЕДИСЛОВИЕ

Ускорение темпов развития естественных наук на современном этапе научно-технического прогресса определяется уровнями развития методов исследования, их математизации и применения вычислительной техники. При этом постоянно возрастает роль математики, что объясняется универсальностью математических моделей реальных процессов и явлений, строгостью математических выводов, обеспечивающих научно обоснованный объективный качественный и количественный анализ практических проблем. Применение математических моделей при исследовании процессов и явлений реального мира позволяет значительно расширить возможности познавательной деятельности, ускорить проведение научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, оперативно решать вопросы прогнозирования во многих областях народного хозяйства.

Использование методов различных областей математики приводит также к интеграционной тенденции, содействующей возникновению новых научных направлений. Развиваясь в условиях научно-технического прогресса, современная математика охватывает своими приложениями все новые области науки, техники, общественной жизни. При этом в большинстве приложений речь идет не только об использовании известных математических методов и моделей, но и о разработке новых математических идей.

В стране сложились авторитетные научные коллективы, в которых проводятся исследования на самом высоком научном уровне и получены крупные результаты в области теоретических и прикладных проблем математики. Исследования в области математических наук на Украине являются неотъемлемой частью общего развития советской науки и занимают почетное место в основных областях современной мировой математики. Широкое целенаправленное развитие получили фундаментальные исследования в ведущем научном математическом центре Украины — ордена Трудового Красного Знамени Институте математики АН УССР, одном из старейших математических учреждений Советского Союза, пятидесятилетие со дня основания которого отмечалось научной общественностью в 1984 г. В институте развит ряд новых направлений современной математики, с ним связаны имена многих известных ученых, обогативших науку достижениями мирового значения, в нем сложились всемирно известные научные школы по асимптотическим методам нелинейной механики и теории вероятностей. Широким признанием в стране и за рубежом пользуются исследования ученых института в области теории функций, функционального анализа, дифференциальных уравнений, алгебры. При этом основу всей научной деятельности института составляют развитие и углубление фундаментальных исследований. Термины «метод интегральных многообразий Боголюбова — Митропольского», «топология Скорохода», «метод Крылова — Боголюбова — Митропольского» («метод КБМ»), «черниковские группы», «полиномы Кравчука» прочно вошли в мировую научную литературу. Опираясь на свои фундаментальные исследования, коллектив института уделяет значительное внимание также решению сложных прикладных математических проблем, имеющих важное народнохозяйственное значение. В институте подготовлено более 70 докторов и 650 кандидатов наук, издано более 150 монографий, воспитано много талантливой молодежи, работающей ныне в различных научных учреждениях и учебных заведениях страны. В настоящее время в его коллективе трудятся 44 доктора и 100 кандидатов наук, среди которых лауреат Ленинской премии, три ученых, работы которых отмечены Государственными премиями СССР, десять — Государственными премиями УССР, десять — именными премиями АН УССР, шесть — Республиканскими премиями им. Н. Островского и др. Деятельность института неразрывно связана с деятельностью ведущих математических центров страны и осуществляется в тесной связи с институтами Академии наук УССР в Донецке, Днепропетровске, Киеве, Львове, Одессе, Севастополе, Харькове, математическими кафедрами университетов и многих других высших учебных заведений, также играющих важную роль в развитии математических исследований и подготовке научных кадров на Украине.

Конкретный исторический опыт организации и развития советской науки, в том числе математики, становления научных учреждений является весьма актуальным. Составители поставили перед собой цель систематизировать сведения о научной и научно-организационной деятельности института со времени его создания до наших дней и воздать должное тем, кто способствовал развитию научных исследований и института в целом. Раздел об истории создания и развития института написан составителями. Очерки развития основных научных направлений института подготовили Ю. А. Митропольский (математическая физика и нелинейная механика), А. Н. Шарковский и В. Н. Шевело (теория дифференциальных уравнений), В. С. Королюк и А. В. Скороход (теория вероятностей), Ю. М. Березанский и В. И. Горбачук (функциональный анализ), В. К. Дзядык (теория функций), С. Н. Черников (алгебра), В. Н. Кошляков и Н. А. Луковский (механика).

Предлагаемая вниманию читателей книга является первым отдельным изданием об Институте математики АН УССР.

ИСТОРИЯ СОЗДАНИЯ И РАЗВИТИЯ ИНСТИТУТА

СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ ИНСТИТУТА (1934—1979 гг.)

Развитие математики в Советском Союзе является непосредственным продолжением истории русской математики. Несмотря на отсутствие в дореволюционной России специализированных научных учреждений математического профиля, русская математика всегда играла выдающуюся роль в мировой математике. Имена Л. Эйлера, Н. И. Лобачевского, П. Л. Чебышева, В. Я. Буняковского, М. В. Остроградского, А. А. Маркова, А. М. Ляпунова, В. А. Стеклова, И. М. Виноградова известны во всем мире, а полученные ими фундаментальные результаты представляют собой яркое достижение мировой математической науки.

Сразу же после Великой Октябрьской социалистической революции была поставлена задача широкого использования науки для строительства нового общественного строя в нашей стране. В. И. Ленин указывал: «Нужно взять всю культуру, которую капитализм оставил, и из нее построить социализм. Нужно взять всю науку, технику, все знания, искусство. Без этого мы жизнь коммунистического общества построить не можем...» *. Большую роль в деле развития математики и организации специальных математических учреждений сыграл В. А. Стеклов — один из организаторов Особого Временного Комитета науки при Совете Народных Комиссаров СССР. В 1919 г. совместно с А. А. Марковым и А. Н. Крыловым он поставил вопрос об организации в Российской Академии наук специального математического кабинета. В январе 1921 г.

---

* *Ленин В. И.* Полн. собр. соч.— Т. 38.— С. 55.

Академик АН УССР и почетный член АН СССР
Д. А. Граве. Директор института в 1934—1939 гг.

в записке, обосновывающей необходимость создания Физико-математического института, В. А. Стеклов, ссылаясь на М. В. Ломоносова, писал: «Ни одна из естественных наук, если дело идет не о собирании сырого материала, а о действительном творчестве, не обойдется без математики, матери всех наук».

После организации в 1919 г. Украинской Академии наук развитию научных исследований в области математики и созданию специальных математических учреждений было уделено большое внимание. Так, в 20-х годах при Физико-математическом отделении Всеукраинской Академии наук (ВУАН) функционировали кафедры прикладной математики (руководитель Д. А. Граве), чистой математики (Г. В. Пфейффер), математической статистики (М. Ф. Кравчук) и математической физики (Н. М. Крылов).

В 1934 г. на январской сессии ВУАН рассматривался вопрос об усовершенствовании ее структуры, что было вызвано необходимостью развития важнейших областей математики и их использования в естествознании и технике.

В результате введения новой организационной структуры ВУАН 13 февраля 1934 г. на базе упомянутых выше первых трех кафедр был создан Институт математики АН УССР. Первым директором института стал академик АН УССР и почетный член АН СССР Д. А. Граве, возглавлявший институт до 1939 г.

Д. А. Граве был одним из выдающихся математиков, впитавшим в себя лучшие традиции Петербургской математической школы П. Л. Чебышева. Из организованного им в начале нашего столетия в Киеве научного семинара по алгебре и теории чисел выросла одна из известных математических школ Советского Союза, которая воспитала старшее поколение советских алгебраистов (Б. Н. Делоне, Н. Г. Чеботарев, О. Ю. Шмидт и др.).

Одним из учеников Д. А. Граве, работавшим в Институте математики, был известный ученый М. Ф. Кравчук,

Д. А. Граве, Н. Г. Чеботарев,
М. Г. Крейн, Н. И. Ахиезер.

возглавлявший отдел математической статистики. Он работал в области математического анализа, алгебры, дифференциальных и интегральных уравнений, теории линейных преобразований, ортогональных многочленов, теории функций, теории вероятностей и математической статистики, приближенных вычислений и т. д.

Первым печатным органом ВУАН, в котором публиковались математические работы, были «Записки фізико-математичного відділу ВУАН» (1923—1930 гг.). В 1931—1934 гг. выходил «Журнал математичного циклу ВУАН», а с 1934 г. началось издание «Журналу Інституту математики» с периодичностью четыре выпуска в год, продолжавшееся до середины 1938 г.

Группа ученых института с киевскими математиками и Т. Леви-Чивита (Италия). 1-й ряд (слева направо): М. А. Бык, Д. А. Граве, Т. Леви-Чивита, Г. В. Пфейффер, М. Ф. Кравчук, М. Х. Орлов; 2-й ряд: Ю. Д. Соколов, В. Е. Дьяченко, К. А. Бреус, В. Н. Можар, А. С. Смогоржевский, Е. Я. Ремез, А. Л. Наумов, Н. Б. Погребысский. 1935 г.

В 1939—1941 гг. институт возглавлял академик М. А. Лаврентьев, которого по рекомендации Н. И. Мусхелишвили пригласил президент Академии наук УССР академик А. В. Богомолец. Работы академика М. А. Лаврентьева связаны с теорией функций комплексного переменного и ее приложениями к решению задач газовой динамики, аэро- и гидродинамики. М. А. Лаврентьев создал вариационно-геометрическое направление в теории функций комплексного переменного. Он разработал теорию квазиконформных отображений, являющихся основой геометрических методов решения широкого круга задач по математике и математической физике, и применил ее к теории римановых поверхностей и теории волн. В об-

Академик М. А. Лаврентьев.
Директор института в 1939—1941 и 1945—1948 гг.

ласти механики сплошной среды Лаврентьев получил значительные результаты по теории крыла, теории струй, дал гидродинамическую трактовку явления кумуляции, разработал теорию направленного взрыва. Его результаты имели большое народнохозяйственное значение. За время деятельности в Институте математики АН УССР работы М. А. Лаврентьева дважды отмечались Государственными премиями СССР.

В 1939 г. после воссоединения Западной Украины с УССР во Львове были организованы отделы ряда институтов Академии наук Украинской ССР, в том числе отдел функционального анализа Института математики АН УССР, где работали С. Банах, С. Мазур, В. Орлич, Ю. Шаудер.

Перед Великой Отечественной войной институт состоял из шести отделов: теории функций комплексного переменного и ее приложений (заведующий М. А. Лаврентьев); математического анализа (Г. В. Пфейффер); механики (Ю. Д. Соколов); прикладной математики (И. Я. Штаерман); алгебры и функционального анализа (М. Г. Крейн); функционального анализа (С. Банах). В то время научные исследования в институте велись в направлениях разработки методов конформных отображений, теории краевых задач математической физики, функционального анализа, теории дифференциальных уравнений, аппроксимации функций и др. В 1934—1941 гг. в институте получены крупные результаты в области алгебры и теории чисел (Д. А. Граве, М. Г. Крейн, М. Ф. Кравчук), общей теории дифференциальных уравнений (Г. В. Пфейффер, М. Ф. Кравчук, Ю. Д. Соколов, М. Х. Орлов, В. Е. Дьяченко, Г. И. Дринфельд), по теории вероятностей и математической статистике (М. Ф. Кравчук), теории функций (Е. Я. Ремез), функциональному анализу (С. Банах, М. Г. Крейн), геометрии (Б. Я. Букреев), прикладной математике (Д. А. Граве, И. Я. Штаерман). В этот же период была развита теория квазиконформных отображений

Академик АН УССР Г. В. Пфейффер.
Директор института в 1941—1944 гг.

(М. А. Лаврентьев), разработаны приближенные методы расчета фильтрации в неоднородной среде (М. А. Лаврентьев, Ю. Д. Соколов).

В начале Великой Отечественной войны многие сотрудники института вступили в ряды Красной Армии, а оставшиеся ученые перешли работать в учреждения оборонной промышленности. В 1941 г. институт был эвакуирован в столицу Башкирии Уфу и объединен с Институтом физики АН УССР. Возглавлял этот объединенный институт в 1941—1944 гг. академик АН УССР Г. В. Пфейффер — ученый в области дифференциальных уравнений. В этот период в институте большое внимание уделялось вопросам, касающимся обороноспособности страны, срочному выполнению правительственных заданий. В октябре 1943 г. Институт математики и физики переехал в Москву, а осенью 1944 г. возвратился в Киев. Здесь из состава объединенного учреждения в самостоятельный институт выделился Институт математики, директором которого снова был назначен М. А. Лаврентьев (1945—1948 гг.). В 1945—1949 гг. в тематике института главное место занимали исследования по механике сплошной среды, конформным и квазиконформным отображениям, нелинейным задачам математической физики, качественной теории дифференциальных уравнений, разработке методов аппроксимации функций.

Еше в начале 30-х гг. Н. М. Крылов и Н. Н. Боголюбов, которые работали на кафедре математической физики при Институте строительной механики АН УССР, начали исследовать важную область математической физики — теорию нелинейных колебаний, названную ими нелинейной механикой. Эти исследования развивались в основном в двух направлениях: создание методов асимптотического интегрирования нелинейных уравнений, описывающих колебательные процессы, и их математического обоснования, сводящегося к построению общей теории динамических систем. В 1945—1949 гг. Н. Н. Боголюбов

Академик Н. Н. Боголюбов.

в Институте математики продолжил эти исследования — разработал фундаментальные проблемы теории нелинейных колебаний (методы усреднения, одночастотный, интегральных многообразий), дал математическое обоснование асимптотических методов, а также развил оригинальные методы динамической теории статистической физики. Эти работы Н. Н. Боголюбова в 1947 г. были удостоены Государственной премии СССР первой степени. Особо следует отметить исследования Боголюбова, посвященные вопросам статистической механики классических систем, развитию метода кинетических функций распределения, метода приближенного вторичного квантования, и результаты, полученные в 1947 г. по теории вырождения неидеальных газов, которые явились первым шагом на пути построения микроскопической теории сверхтекучести гелия-Н. Н. Н. Боголюбов высказал важную идею о том, что наиболее существенным является взаимодействие частиц с противоположными импульсами. Дальнейшее развитие этой идеи позволило ему в 1958 г. создать последовательную микроскопическую теорию сверхпроводимости и рассмотреть вопрос о сверхтекучести ядерной материи. За разработку нового метода в квантовой теории поля и статистической физике, приведшего, в частности, к обоснованию теории сверхтекучести и сверхпроводимости, Н. Н. Боголюбов в 1958 г. удостоен Ленинской премии.

В 1948 г. в состав института входило семь отделов: теории функций комплексного переменного и ее приложений (заведующий М. А. Лаврентьев); алгебры и функционального анализа (М. Г. Крейн); асимптотических методов и теории вероятностей (Н. Н. Боголюбов); прикладной математики (А. Ю. Ишлинский); механики (Ю. Д. Соколов), Львовский отдел математической теории упругости (Г. Н. Савин); Львовский отдел теории вероятностей (Б. В. Гнеденко), в котором под руководством Я. Б. Лопатинского проводились исследования по теории линейных уравнений в частных производных.

Академик А. Ю. Ишлинский.
Директор института в 1948—1958 гг.

В 1938 г. «Журнал Інституту математики» был преобразован в непериодическое издание под названием «Збірник праць Інституту математики АН УРСР», продолжавшееся до 1949 г. (два последних выпуска вышли на русском языке).

В 1948—1955 гг. Институт математики возглавлял академик А. Ю. Ишлинский, а в 1955—1958 гг.— академик АН УССР Б. В. Гнеденко.

Основные направления исследований А. Ю. Ишлинского — теория упругости и пластичности, теория трения, теория колебаний, общая механика, приборостроение. За годы деятельности в институте А. Ю. Ишлинский получил фундаментальные результаты в теории гироскопов, теории упругости и инерциальных систем навигации, в изучении устойчивости быстровращающихся сред с наполнителем.

Б. В. Гнеденко занимался исследованиями по теории вероятностей, математической статистике, математическому анализу, истории математики. За годы деятельности в институте он завершил общую теорию суммирования независимых случайных величин. В 50-х годах важным направлением его исследований стали локальные предельные теоремы и непараметрические задачи статистики.

В 1949—1958 гг. в институте получены фундаментальные результаты по дальнейшему развитию асимптотических методов нелинейной механики — теория нестационарных колебательных процессов, одночастотный метод и метод интегральных многообразий (Ю. А. Митропольский, К. В. Задирака); асимптотических и операционных методов в теории линейных уравнений с медленно меняющимися коэффициентами (И. З. Штокало, И. М. Рапопорт, С. Ф. Фещенко); математических методов современной квантовой теории поля и элементарных частиц (О. С. Парасюк); функционального анализа и его приложений — геометрия банаховых пространств, спектральная теория дифференциальных операторов, проблема моментов,

Академик АН УССР Б. В. Гнеденко.
Директор института в 1955—1958 гг.

Лауреаты Ленинской премии академики В. М. Глушков (слева), Ю. А. Митропольский, Н. Н. Боголюбов. Киев, 1967 г.

теория разложения по собственным векторам, теория линейных пространств и пространств с индефинитной метрикой (М. Г. Крейн, Ю. М. Березанский, Г. Е. Шилов, М. А. Красносельский, С. Г. Крейн); аналитической теории дифференциальных уравнений и ее приложений к задачам небесной механики (Ю. Д. Соколов); теории квазиконформных отображений и применению их к задачам фильтрации (П. Ф. Фильчаков). Разработаны методы анализа случайных блужданий с границами (В. С. Королюк, Е. Л. Ющенко, В. С. Михалевич); по теории приближения получено дальнейшее развитие идей П. Л. Чебышева (Е. Я. Ремез); построена теория нильпотентных топологических групп с обширной программой использования идей и методов абстрактной теории групп (В. М. Глушков).

В эти же годы в институте уделялось большое внимание исследованиям в области вычислительной математики и созданию вычислительных машин. На интеграторах сеточного типа, разработанных под руководством В. Е. Дьяченко, успешно решались плоские и осесимметричные задачи теории потенциала, теории упругости и многие другие.

В 1956 г. в лаборатории вычислительной математики и техники Института математики АН УССР под руководством Б. В. Гнеденко начались работы по созданию универсальной вычислительной машины «Киев» (завершающие работы над этой машиной были проведены в Вычислительном центре АН УССР под руководством В. М. Глушкова). В лаборатории моделирования высшей нервной деятельности по инициативе и под руководством Б. В. Гнеденко и Н. М. Амосова была создана одна из первых в Советском Союзе диагностических машин для различения пороков сердца по большому количеству признаков.

В 1945—1958 гг. в институте получены важные результаты по теоретической механике (Ю. Д. Соколов, Н. А. Кильчевский) и теории упругости (Г. Н. Савин, А. Ю. Ишлинский, М. Я. Леонов). За исследования по концентрации напряжений около отверстий Г. Н. Савин в 1952 г. был удостоен Государственной премии СССР.

В этот период проводятся также исследования по истории отечественной математики, включившие изучение научного творчества и рукописного наследия классиков отечественной математики (Б. В. Гнеденко, И. З. Штокало, И. Б. Погребысский, Е. Я. Ремез, Ю. Д. Соколов). Исследования по истории отечественной математики и механики продолжаются в настоящее время А. Н. Боголюбовым.

В 1957 г. в институте существовали следующие отделы: математической физики (заведующий Ю. А. Митропольский), дифференциальных уравнений (Ю. Д. Соколов), функционального анализа (О. С. Парасюк), теории вероятностей и математической статистики (Б. В. Гнеденко), общей механики (А. Ю. Ишлинский), математической теории упругости (Г. Н. Савин), истории математики (И. З. Штокало).

Академик А. В. Погорелов.

Кроме названных отделов, в состав института входили также отдел геометрии (А. В. Погорелов) и лаборатория моделирования высшей нервной деятельности (Н. М. Амосов), которые вскоре выделились из института и вошли в состав других академических учреждений. Успешное развитие лаборатории вычислительной математики и техники (заведующий лабораторией В. М. Глушков) привело к созданию на ее основе в 1958 г. Вычислительного центра АН УССР, преобразованного в 1962 г. в Институт кибернетики АН УССР. В 1957—1966 гг. Институт математики АН УССР передал другим научным учреждениям 198 сотрудников, в том числе 7 докторов и 28 кандидатов наук.

С 1958 г. Институт математики АН УССР возглавляет академик Ю. А. Митропольский.

С этого времени усилия коллектива института направлены на дальнейшее расширение и углубление фундаментальных и прикладных исследований, укрепление связей с отраслевыми научно-исследовательскими институтами, внедрение результатов фундаментальных исследований в народное хозяйство, на активную подготовку и воспитание кадров. Ученые института, выполняя поставленные перед ними задачи, проводят исследования в следующих основных научных направлениях: теории нелинейных колебаний и математической физики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистике, функциональном анализе, теории функций, топологии, алгебре, динамике специальных механических систем.

В 1959—1979 гг. в этих научных направлениях получены следующие результаты.

В теории нелинейных дифференциальных уравнений и нелинейных колебаний установлены общие закономерности построения асимптотических методов нелинейной механики, развита математическая теория многочастотных колебаний. Дальнейшее развитие получил метод усреднения. Асимптотические методы распространены на широкий класс уравнений в частных производных, на уравнения с отклоняющимся аргументом. На основе теоретико-группового подхода разработан метод асимптотического расщепления дифференциальных систем. Получены необходимые и достаточные признаки существования интегральных многообразий систем дифференциальных уравнений. Нашел дальнейшее развитие метод последовательных замен с ускоренной сходимостью (Ю. А. Митропольский, А. М. Самойленко, В. И. Фодчук). Существенное развитие и строгое математическое обоснование получила теория нестационарных колебаний. Цикл работ, относящихся к этим исследованиям, в 1965 г. отмечен присуждением Ю. А. Митропольскому Ленинской премии. Обоснована теория вычитаний бесконечностей в квантовой теории поля и получено полное решение проблемы регуляризации расходящихся интегралов. Строго обоснован метод перенормировки квантовой теории поля (Н. Н. Боголюбов, О. С. Парасюк). Получен ряд результатов в качественной теории дифференциальных уравнений в частных производных (В. Я. Скоробогатько, А. Ф. Шестопал). Развиты методы теории дифференциально-разностных уравнений применительно к задачам электродинамики и теории тяготения (В. Г. Писаренко). Разработаны эффективный метод глобального исследования вполне интегрируемых и близких к ним дифференциально-функциональных уравнений и метод исследования их решений в окрестности особых точек; установлены эффективные признаки осцилляций таких уравнений. Получены важные результаты в теории динамических систем и структурной устойчивости (А. Н. Шарковский). Разработан новый метод исследования групповых свойств дифференциальных уравнений, позволивший построить многопараметрические семейства точных решений многомерных нелинейных уравнений математической физики (В. И. Фущич).

Создано новое перспективное направление асимптотического фазового укрупнения случайных процессов, ориен-

Академик В. М. Глушков.

Академик Ю. А. Митропольский.
Директор института с 1958 г.

тированное на исследование эволюции сложных стохастических систем и нашедшее применение при анализе надежности различных технических систем. Получили дальнейшее развитие теория массового обслуживания и теория надежности, метод факторизации в граничных задачах для процессов с независимыми приращениями. Доказан ряд предельных теорем для полумарковских процессов (В. С. Королюк, И. И. Ежов, А. Ф. Турбин, Б. Г. Марченко, Д. В. Гусак).

Построены общая теория случайных операторов и теория мультипликативных стохастических полугрупп. Получены важные результаты в теории стохастических дифференциальных уравнений для операторнозначных функций и теории стохастических дифференциальных уравнений с обобщенным коэффициентом переноса; исследованы операторные стохастические уравнения и случайные ряды в бесконечномерных пространствах и доказана общая эргодическая теорема для марковских процессов (А. В. Скороход, П. И. Портенко, В. М. Шуренков, В. В. Булдыгин, Г. П. Буцан).

Весомый вклад внесен в теорию групп. Дано конструктивное описание новых видов групп с заданными свойствами подгрупп, установлены новые критерии расщепляемости расширений абелевых групп. Получены результаты в теории линейных неравенств, нашедшие применение в задачах оптимизации, экономики и распознавания образов (С. Н. Черников). В терминах дифференциальных градуированных категорий построена общая теория матричных задач. Решена проблема, сформулированная Р. Брауэром и М. Трэллем (А. В. Ройтер, Л. А. Назарова).

Построены теория разложений по совместным обобщенным собственным векторам общих семейств коммутирующих нормальных операторов и теория обобщенных функций бесконечного числа переменных; решены прямая и обратная задачи нестационарного рассеяния для гиперболических систем и уравнений переноса, разработана теория рассеяния в терминах билинейных функционалов. Предложен единый операторный подход к теории граничных значений решений дифференциальных уравнений в различных классах обычных и обобщенных функций, охватывающий, в частности, теорию граничных значений аналитических функций (Ю. М. Березанский, М. Л. Горбачук, Л. П. Нижник, Г. В. Радзиевский).

Созданы новые методы оценок разности между некоторыми классами функций и их аппроксимациями Паде. Получены асимптотические равенства для верхних граней отклонений кратных сумм Фурье па классах непрерывных периодических функций многих переменных. Разработаны эффективные методы исследования экстремальных задач теории приближения, позволившие в ряде случаев аппроксимации функций полиномами и сплайнами получить окончательные результаты, в частности, в задачах оптимального восстановления функций и линейных функционалов (В. К. Дзядык, Н. П. Корнейчук, И. Г. Митюк, А. И. Степанец).

За разработку эффективных методов теории приближения Н. П. Корнейчуку в 1978 г. присуждена Государственная премия СССР.

Существенные результаты достигнуты в топологии: в частности, для широкого класса фундаментальных групп доказано существование точных функций Морса на многообразиях; попутно доказан ряд результатов из стабильной алгебры (существование минимальных резольвент, цепных комплексов и т. п.). При помощи многозначных отображений получены геометрические критерии сильной линейной выпуклости компактов и областей в многомерном комплексном пространстве и решен ряд проблем по отображениям областей на многообразиях. Решены важные экстремальные задачи из теории конформных отображений. Решена, в частности, известная экстремальная проблема о емкостях конденсаторов (Ю. Ю. Трохимчук, П. М. Тамразов, А. В. Бондарь).

Получены основополагающие результаты по вложениям графов в 2-многообразия, доказан ряд теорем в комбинаторной и алгебраической теориях графов (Н. П. Хоменко).

Получено представление движений твердого тела вокруг неподвижной точки в унитарных матрицах параметров Кейли—Клейна. Разработаны алгоритмы оценки точности и оптимального управления для систем инерциальной навигации (В. Н. Кошляков). Решены задачи теории управления, возникающие при создании робототехнических систем — задачи стабилизации шагающего аппарата, рассматриваемого как управляемая система с переменными связями и др. (В. Б. Ларин). За работы по теории гироскопов В. Н. Кошлякову в 1976 г. присуждена Государственная премия СССР.

В гидродинамике решены задачи по безнапорной фильтрации, расчету фильтрации в зоне гидросооружений, а также плоские и пространственные осесимметричные задачи фильтрации (А. Я. Олейник, В. И. Лаврик).

За цикл исследований, посвященных решению прикладных проблем термоупругости в конструкциях оболочечного типа, сотрудникам Львовского филиала Института математики АН УССР Я. С. Подстригачу, Я. И. Бураку, Г. В. Пляцко и Б. И. Колодию в 1975 г. присуждена Государственная премия УССР.

Выполнены важные исследования в области нелинейной механики твердого тела с полостями, содержащими жидкость; разработан новый подход к анализу устойчивости систем линейных дифференциальных уравнений со случайными коэффициентами. Полученные результаты имеют большое прикладное значение и применяются в инженерной практике расчета динамики сложных механических систем (И. А. Луковский).

Внимание ученых института всегда привлекали вопросы приложений математики и решение актуальных задач естествознания и техники, что является важной областью его деятельности. В этом отношении большая заслуга

Urkunde

Anläßlich der Internationalen Wanderausstellung agrarwissenschaftlicher Forschungsgeräte in Leipzig-Markkleeberg vom 13. Juni bis 12. Juli 1959 wurde

das Gerät EGDA

aus der

Union der Sozialistischen Sowjetrepubliken

mit einem

Diplom

ausgezeichnet

Berlin, den 12. Juli 1959

Der Präsident

Deutsche Akademie der Landwirtschaftswissenschaften zu Berlin

Der Präsident

Диплом и серебряная медаль, которыми награжден созданный в институте интегратор ЭГДА, демонстрировавшийся на Международных выставках в ГДР (1959 г.) и ЧССР (1961 г.)

принадлежит М. А. Лаврентьеву, который будучи директором направлял научную деятельность института на решение не только фундаментальных теоретических проблем, но и важных народнохозяйственных задач. Такая ориентация института сохранялась на протяжении всего периода существования института и особенно усилилась в последнее время. Среди работ в этом направлении следует в первую очередь отметить работы по гидродинамике и кумулятивному эффекту, возникающему в задачах неустановившегося движения идеальной жидкости под действием взрыва, а также исследования, результаты которых позволили успешно решить многие задачи, связанные с использованием взрыва при строительстве каналов, скважин, дренажных систем и т. п. (М. А. Лаврентьев, Н. М. Сытый). В свою очередь решение крупных прикладных народнохозяйственных задач во многих случаях обусловили серьезные научные результаты. Так, исследования М. А. Лаврентьева кумулятивных струй привели его к решению принципиальных вопросов гидродинамики, за которые он был вторично удостоен Государственной премии СССР первой степени. Основные положения теории кумуляции позволили М. А. Лаврентьеву с группой сотрудников (С. В. Малашенко, И. И. Иващенко, В. П. Алексеевский, Н. М. Сытый) открыть в 1944—1946 гг. явление сварки взрывом, т. е. более чем за 10 лет до появления первых сообщений на эту тему в США. Впоследствии за цикл работ, связанных с использованием взрыва в мирных целях, Н. М. Сытый был удостоен Ленинской премии.

Результаты исследований по теории функций комплексного переменного позволили решить многие задачи фильтрации под гидротехническими сооружениями и оказать практическую помощь стройкам на Волге, Днепре, Дону, Аму-Дарье, принять непосредственное участие в обосновании проектных заданий на строительство Каховв-

Академики М. В. Келдыш и Б. Е. Патон.

ской ГЭС, Южно-Украинского канала и других крупных гидротехнических систем (М. А. Лаврентьев, Ю. Д. Соколов, П. Ф. Фильчаков).

Значительное внимание в институте всегда уделялось исследованиям по вычислительной математике. Разработаны и изготовлены электроинтеграторы сеточного типа и оригинальные конструкции интеграторов типа ЭГДА, значительно расширившие возможности и упростившие технику моделирования сложных задач (П. Ф. Фильчаков, В. И. Панчишин).

Последние конструкции интеграторов вызвали большой интерес в различных проектных научно-исследовательских организациях, что позволило в дальнейшем наладить серийное производство электроинтеграторов, получивших широкое применение в народном хозяйстве СССР и за рубежом. Интеграторы ЭГДА демонстрировались на Международной передвижной выставке приборов в Москве, Варшаве, Берлине, Будапеште, на Международных ярмарках и на выставках в Марселе, Пловдиве, Париже, Загребе и были отмечены многочисленными дипломами и медалями. В 1970 г. авторам интегратора ЭГДА П. Ф. Фильчакову и В. И. Панчишину присуждена Государственная премия УССР.

Проводимые в институте исследования, направленные на решение прикладных математических проблем теории нелинейных колебаний и математической физики (Ю. А. Митропольский), теории надежности (В. С. Королюк), инерциальной навигации и теории гироскопов (А. Ю. Ишлинский, В. Н. Кошляков), динамики летательных аппаратов (И. А. Луковский), имеют большое народнохозяйственное значение. Результаты этих исследований использовались, в частности, при расчете резонансной и шумовой раскачек синхронных колебаний при сооружении синхрофазотрона; решении задач, связанных с управлением термоядерным синтезом; исследовании колебательных процессов, возникающих в реактивных двигателях, многочисленных задачах механики, радиотехники, радиолокации, нелинейной оптики, акустики, теории регулирования и др.

В 60—70-х годах была выполнена большая научно-организационная работа, положительное влияние которой на последующее развитие института трудно переоценить. Деятельность института в эти годы отличалась целеустремленным поиском путей дальнейшего повышения эффективности научных исследований, совершенствованием форм укрепления связей с академическими и отраслевыми на-

Академики М. А. Лаврентьев (слева), А. Н. Тихонов, Н. Н. Боголюбов.

учно-исследовательскими институтами и математическими центрами страны, с видными учеными и организаторами науки. Институт принимал президента Академии наук УССР академика Б. Е. Патона, академиков И. Н. Векуа, В. С. Владимирова, А. А. Дородницына, М. В. Келдыша, А. Н. Колмогорова, Ю. В. Линника, Н. И. Мусхелишвили, С. М. Никольского, Л. С. Понтрягина, Ю. В. Прохорова, А. А. Самарского, А. Н. Тихонова, Л. Д. Фаддеева, В. Н. Челомея и других известных советских ученых. Большой вклад в становление и развитие ведущего научного направления института — теории нелинейных колебаний, а также ряда других основных научных направлений, внес академик Н. Н. Боголюбов. Творческое содружество ученых проявилось в координации и совместном проведении научных исследований, систематическом обмене научными изданиями и взаимном участии в научных конференциях, совещаниях и является важной формой содействия ускорению темпов научно-технического прогресса.

Значительное внимание уделялось подготовке кадров высокой квалификации. Институт укрепил связи с высшими учебными заведениями и увеличил прием в аспирантуру. В 1963 г. впервые в Советском Союзе институт организовал и провел математическую школу. Это новое научно-организационное начинание института, одобренное известными учеными, получило широкое распространение и является важной формой повышения квалификации научных кадров во многих отраслях науки. В последующие годы институтом проведено 20 математических школ, посвященных актуальным направлениям современной математики. Эти школы оказали значительное положительное влияние на углубление фундаментальных исследований и рост научных кадров не только на Украине, но и за ее пределами. В 1964—1970 гг. институт провел также пять республиканских конференций молодых математиков Украины. Результаты осуществления указанных мероприятий хорошо видны на примере подготовки молодых научных кадров: если за первые 25 лет деятельности института его аспирантами защищено 50 кандидатских диссертаций, то за годы следующего десятилетия было подготовлено 130 кандидатов наук. В начале 60-х годов в институте осуществлены научно-организационные мероприятия по усовершенствованию его структуры, в результате чего на руководящую работу был выдвинут ряд известных ученых. В 1967 г. в состав института входило 11 отделов: математической физики и теории нелинейных колебаний (заведующий Ю. А. Митропольский), теоретической физики (О. С. Парасюк), математического анализа (Ю. М. Березанский), дифференциальных и интегральных уравнений (Ю. Д. Соколов), теории функций (В. К. Дзядык), теории

Президиум V международной конференции по нелинейной механике. Слева направо: С. Дилиберто (США), Ч. Хаяши (Япония), Т. Вожель (Франция), М. Картрайт (Англия), Н. Н. Боголюбов (СССР), Ю. А. Митропольский (СССР), Д. Граффи (Италия). Киев, 1969 г.

вероятностей и математической статистики (В. С. Королюк), теории случайных процессов (А. В. Скороход), прикладной математики (П. Ф. Фильчаков), алгебры (С. Н. Черников), современных проблем динамики (С. Ф. Фещенко), механики и процессов управления (В. Н. Кошляков). В этих отделах работало 15 докторов и 64 кандидата наук.

Институт провел две международные конференции по нелинейным колебаниям (1961 и 1969 гг.), в работе каждой из которых приняли участие ведущие ученые из 16 стран. Уделяя должное внимание вопросам осуществления широких научных связей с зарубежными математическими центрами и упрочению международного авторитета советской математики, ученые института выступали с докладами и принимали активное участие в работе международных математических конгрессов в Эдинбурге (1958 г.), Стокгольме (1962 г.), Москве (1966 г.), Ницце (1970 г.), Ванкувере (1974 г.), Хельсинки (1978 г.), X Международного конгресса по теоретической и прикладной механике в Италии (1960 г.), читали лекции и выступали с докладами в математических школах, организуемых Болонской Академией наук (Италия), Международном математическом центре им. С. Банаха (ПНР), школах по теории вероятностей в ПНР и НРБ, научных центрах СРВ, КНР, США, ФРГ, Франции, Бельгии и др. Институт принимал многих зарубежных ученых, в том числе президента Чехословацкой Академии наук профессора Я. Кожешника, президента Румынской Академии наук профессора С. Стойлова, президента Словацкой Академии наук профессора Ш. Шварца, вице-президента Болгарской Академии наук профессора Б. Сендова, вице-президента национального научного центра СРВ профессора Нгуен Ван Дао, профессора С. Лефшеца (США), президента французской Академии наук профессора М. Руа, профессора А. Донжуа (Франция), директора института математики КНР профессора Хуа Ло Гена, профессора М. Л. Картрайт (Англия), президента Швейцарского математического общества профессора П. Габриэля, профессора С. Крэндла (США) и многих других известных зарубежных ученых. Наряду с математиками союзных республик нашей страны, в институте систематически проходят стажировку также ученые зарубежных государств (ЧССР, ПНР, СРВ, НРБ, СФРЮ, США, Канады, Англии, Японии и др.).

Важное место в работе ученых института занимает издательская деятельность, при этом большое внимание уделяется подготовке обобщающих монографий. Институтом выполнена большая работа по подготовке систематизированных изданий научных трудов выдающихся отечественных ученых, в результате которой в издательстве «Наукова думка» вышли трехтомные собрания трудов П. Н. Боголюбова, Н. М. Крылова, Г. Ф. Вороного, М. В. Остроградского, а также однотомные издания Д. В. Граве и лекций А. М. Ляпунова. За участие в создании «Энциклопедии кибернетики» В. С. Королюку в 1978 г. присуждена Государственная премия УССР.

Проведенная коллективом ученых института большая работа по дальнейшему расширению и углублению фундаментальных и прикладных исследований, их значительные успехи во многих областях математики получили широкое признание научной общественности и были высоко оценены. В 1969 г. за большие достижения в развитии математической науки и подготовке высококвалифицированных научных кадров институт награжден орденом Трудового Красного Знамени.

В 70-е годы пристальное внимание уделялось также совершенствованию координации и организации научных исследований, подготовке научных кадров и вопросам математизации других наук. В 1973 г. институт при всестороннем содействии Киевского горкома Компартии Украины организовал и провел конференцию «Роль математики в научно-техническом прогрессе», которая была посвящена обсуждению ключевых проблем ускорения научно-технического прогресса, взаимного ознакомления с достижениями в различных областях математики и ее практических приложений и коллективной постановке новых задач. В работе конференции приняли участие ведущие математики, механики, инженеры и конструкторы республики.

С целью повышения уровня математизации знаний и более быстрого ознакомления с современными методами и новыми достижениями математики специалистов, работающих в научно-исследовательских институтах, конструкторских бюро и научно-производственных объединениях, в октябре 1973 г. при институте был открыт Народный университет современной математики. Опыт деятельности института в этой области был одобрен и использован в других научных центрах. Университет института внесен во всесоюзную Книгу почета народных университетов. Расширяя работу со школьниками, в октябре 1977 г. институт организовал Киевский городской народный университет

Обсуждение научных результатов. Слева направо: О. С. Парасюк, А. М. Самойленко, В. И. Фущич, Ю. А. Митропольский.

юных математиков, для слушателей которого институт совместно с Киевским горкомом ЛКСМ Украины провел ряд математических школ в летних пионерских лагерях. Эта деятельность института, отмеченная благодарностью Президента АН УССР и Почетными Грамотами ЦК ЛКСМ Украины, способствует росту творческой активности молодежи, вовлечения ее в науку.

Институт организовал и провел всесоюзные конференции по теории и приложениям дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом (1975 г.) и нелинейным колебаниям (1977 г.), всесоюзный симпозиум по теории групп (1978 г.) и две республиканские конференции по применению математических методов в биологии (1976, 1979 гг.). Итоги их проведения оказали существенное влияние на дальнейшее развитие фундаментальных исследований в рамках координационных задач института по ряду математических наук и подготовку научных кадров.

На достижение указанных целей были направлены также математические школы по современным вопросам теории приближения функций и топологии, дифференциальным уравнениям и их приложениям, динамике и устойчивости движения твердых и упругих тел, содержащих жидкость, и математическим методам в исследовании навигационных гироскопических систем. В этих математических школах были представлены ведущие научные центры страны, связанные с их проблематикой.

Совместно с Институтом философии АН УССР, Домом политического просвещения Киевского горкома и Киевского обкома Компартии Украины и Бюро методологических семинаров при Президиуме АН УССР в 1978 г. институт провел II Методологическую конференцию по математизации науки, на которой были обсуждены особенности современного развития математики и проблемы, выдвигаемые перед математической наукой различными областями естествознания, общественными науками и практикой.

В 70-х годах институт претерпел также структурные изменения, вызванные необходимостью активизации исследований в ряде научных направлений и совершенствования их научно-организационного обеспечения. В 1979 г. в состав института входило 12 отделов: математической физики и теории нелинейных колебаний (с 1953 г. руководит Ю. А. Митропольский), математического анализа (с 1960 г.— Ю. М. Березанский), теории вероятностей и математической статистики (с 1960 г.— В. С. Королюк), теории функций (с 1963 г.— В. К. Дзядык), теории случайных процессов (с 1964 г.— А. В. Скороход), алгебры (с 1965 по 1986 г.— С. Н. Черников), механики и процессов управления (с 1966 г.— В. Н. Кошляков), геометрической теории функций и топологии (с 1974 г.— Н. П. Корнейчук), дифференциальных уравнений (с 1974 г.— А. Н. Шарковский), динамики и устойчивости многомерных систем (с 1976 г.— И. А. Луковский), прикладных исследований (с 1978 г.— В. И. Фущич), математического моделирования (с 1978 г.— Б. Б. Нестеренко). На базе Львовского филиала математической физики Института математики АН УССР в 1978 г. образован Институт прикладных проблем механики и математики АН УССР (директор института — академик АН УССР Я. С. Подстригач). В 1980 г. в институте создан отдел теории надежности вероятностных систем (заведующий Г. П. Буцан). Девятая и десятая пятилетки стали важным этапом в деятельности трудового коллектива института.

РАЗВИТИЕ ИНСТИТУТА НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ (1980—1985 гг.)

Научная и научно-организационная деятельность института в 80-е годы была направлена на дальнейшее развитие математической теории и повышение эффективности ее использования в прикладных целях. Успешному решению сложных задач, стоящих перед коллективом ученых, способствовало обеспечение институтом первоочередного развития целенаправленных фундаментальных исследований в приоритетных направлениях: асимптотические и качественные методы в теории нелинейных дифференциальных уравнений (в том числе уравнений в частных производных и теории нелинейных колебаний), аналитические методы теории случайных процессов, функциональный анализ, теория приближения функций, динамика и устойчивость специальных многомерных систем. В результате осуществления научно-организационных мероприятий институт принял участие в выполнении заданий союзных целевых комплексных научно-технических программ и завершил разработку ряда дополнительных тем ГКНТ СССР, расширил области научных исследований, выполняемых на основании хозяйственных договоров и договоров о творческом содружестве, а также приступил к выполнению научных исследований в соответствии с проблемно-тематическими планами научного сотрудничества между

АН СССР и академиями наук стран — членов СЭВ. Особое внимание при этом уделялось качественному росту научного потенциала, увеличению числа докторов наук. В настоящее время Институт математики АН УССР — головное учреждение в республике по основным направлениям исследований в области математических наук, решающее важнейшие теоретические и прикладные проблемы современной математики.

Фундаментальными достижениями за рассматриваемый период отмечены исследования в области математической физики и дифференциальных уравнений. К наиболее значительным результатам следует отнести разработку строгой аксиоматики асимптотических методов, новые фундаментальные теоремы по обоснованию асимптотических методов исследования многочастотных колебательных и волновых процессов, а также разработку эффективного теоретико-группового подхода в теории асимптотических методов нелинейной механики. Построены точные и приближенные решения различных классов нелинейных дифференциальных, дифференциально-функциональных уравнений и уравнений в частных производных. На основе полученных результатов созданы методы конструктивного построения асимптотических решений, существенно расширившие возможности использования вычислительной техники в процессе исследования нелинейных систем и сопутствующих им эффектов в механике, электротехнике, микроэлектронике и других областях естествознания и техники. Результаты исследований являются важной теоретической базой для других наук, находящихся на передовых рубежах научно-технического прогресса. За прикладные разработки в области теории нелинейных колебаний В. Н. Калиновичу, В. Б. Ларину и Ю. А. Митропольскому в 1980 г. присуждена Государственная премия УССР. Цикл работ В. Г. Самойленко и А. И. Скрипника по построению асимптотических и точных решений в задачах теории нелинейных колебаний и математической физики в

1984 г. удостоен республиканской премии им. Н. Островского.

Важные результаты были получены при доказательстве теорем существования интегральных многообразий для различных классов нелинейных дифференциальных уравнений и их приложений к проблеме устойчивости (О. Б. Лыкова). Существенный вклад внесен в развитие конструктивного метода исследования симметрийных свойств многомерных систем дифференциальных уравнений в частных производных. Описаны системы линейных и нелинейных дифференциальных уравнений, инвариантные относительно групп Галилея, Пуанкаре и конформной группы; построены широкие классы точных решений многомерных нелинейных волновых уравнений (В. И. Фущич). Разработана оригинальная концепция развития параллельных вычислений для исследования физических процессов, описываемых уравнениями математической физики. При этом впервые предложен и исследован класс локально-асинхронных итерационных методов, позволяющих решать краевую задачу без выделения промежуточных временных слоев, и разработана вычислительная система для реализации этих методов (Б. Б. Нестеренко).

Созданы основы качественной теории обыкновенных нелинейных разностных уравнений с непрерывным аргументом, базирующейся на достижениях современной теории динамических систем. Развиваемые исследования в этой области являются важной математической основой возникающего сейчас на стыке физики, биологии, химии и других наук нового научного направления — синергетики, науки о самоорганизации сложных систем. Здесь предложен новый подход в математическом моделировании турбулентности, приведший к созданию математического механизма возникновения и развития каскадного процесса образования когерентных структур уменьшающихся масштабов, а также таких явлений как автомодельность, автостохастичность и др. (А. Н. Шарковский). Исследования

Академик АН УССР В. С. Королюк.

в области математической теории турбулентности имеют важное значение для развития гидродинамики, радиофизики и физики плазмы. Для решения различных классов уравнений (интегральных, дифференциальных, интегро-дифференциальных и др.) разработаны проекционно-интегративные методы, обладающие широкой областью применения и высокой скоростью сходимости (А. Ю. Лучка).

Коллективом ученых теоретико-вероятностной научной школы построены теория стохастических дифференциальных уравнений для систем с неограниченно возрастающей размерностью и теория линейных операторных уравнений с неограниченными операторными коэффициентами (А. В. Скороход, Н. И. Портенко); дано полное описание финальных вероятностей эргодических процессов Маркова с общим фазовым пространством и носителей вероятностных мер в банаховых пространствах (В. М. Шуренков, В. В. Булдыгин). Для эволюционных стохастических операторных систем доказаны теоремы, устанавливающие изоморфизм таких систем с обычными случайными процессами с независимыми приращениями (Г. П. Буцан). Прямыми вероятностными методами получены формулы двойственности для случайных блужданий (И. И. Ежов). Доказаны теоремы типа асимптотического фазового укрупнения для полумарковских случайных эволюций и изучено предельное поведение таких эволюций и аддитивных функционалов в схеме фазового укрупнения, а также асимптотическое поведение решений систем дифференциальных уравнений с коэффициентами, зависящими от марковских процессов. Развито новое аналитическое направление в математической теории надежности сложных восстанавливаемых систем (В. С. Королюк, А. Ф. Турбин) и изучены распределения граничных функционалов для случайных блужданий на конечной цепи Маркова (Д. В. Гусак). За разработку основ математической теории информационных сетей М. И. Кратко в 1985 г. присуждена премия им. С. А. Лебедева АН УССР. За резуль-

Академик АН УССР А. В. Скороход.

Академик АН УССР Ю. М. Березанский.

таты исследований по общей теории и специальным классам случайных процессов А. В. Скороход в 1982 г. удостоен Государственной премии УССР.

Значительные успехи достигнуты в области функционального анализа. Здесь усилия ученых были сконцентрированы на важных для математической физики направлениях, связанных со спектральной теорией операторов и теорией обобщенных функций. Дальнейшее развитие получила спектральная теория самосопряженных и нормальных операторов, действующих в пространствах функций бесконечного числа переменных, установлены новые признаки самосопряженности бесконечномерных эллиптических операторов. За результаты исследований в этой области Ю. М. Березанский в 1980 г. удостоен премии им. Н. М. Крылова АН УССР. Построена также спектральная теория общих граничных задач для самосопряженных дифференциальных уравнений и предложен единый операторный подход к исследованию граничных задач для дифференциальных уравнений в различных классах обобщенных функций (М. Л. Горбачук). Создана теория рассеяния в терминах билинейных функционалов и разработаны новые методы исследования сингулярных возмущений самосопряженных операторов; в рамках евклидового подхода построена динамика на языке полугрупп операторов; доказано существование волновых операторов в ряде моделей квантовой теории поля (В. Д. Кошманенко). Изучены многомерные обратные задачи рассеяния для ряда гиперболических уравнений в частных разностях, интегро-дифференциальных и функциональных уравнений; проинтегрированы методом обратной задачи рассеяния пространственно-двумерные нелинейные эволюционные уравнения (Л. П. Нижник). Впервые изучены признаки эквивалентности части корневых векторов полиномиальных пучков операторов, что позволило получить новые утверждения о минимальности и базисности корневых век-

Член-корреспондент АН УССР А. Н. Боголюбов.

торов, отвечающих характеристическим числам из левой полуплоскости (Г. В. Радзиевский).

Наблюдающееся усиленное развитие функционального анализа диктуется как потребностями математической и теоретической физик, в частности квантовой теории поля, статистической физики и гидродинамики, так и естественной чисто математической потребностью развить анализ в функциональных пространствах. С целью активизации исследований в этом приоритетном направлении в 1985 г. на базе отдела математического анализа созданы отделы функционального анализа (заведующий Ю. М. Березанский) и дифференциальных уравнений в частных производных (М. Л. Горбачук).

В теории функций развиваются направления, связанные с теорией приближения функций и ее приложениями. В этой области получены фундаментальные результаты в исследовании проблем полиномиальной аппроксимации и сплайн-аппроксимации. Разработаны принципиально новые методы, позволившие решить ряд экстремальных задач приближения классов функций. На их основе решены задачи оптимального кодирования и оптимального восстановления функций и линейных функционалов, имеющие важное прикладное значение (Н. П. Корнейчук).

Разработан аппроксимационно-итеративный метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитической правой частью. Введена и исследована обобщенная проблема моментов, позволившая обобщить ряд известных основных результатов по классической проблеме моментов и аппроксимации Паде (В. К. Дзядык). Создан также новый метод продолжения функций и найдены неулучшаемые условия возможности продолжения функций из пространства Соболева с некоторого плоского множества на всю плоскость (В. Н. Коновалов, И. А. Шевчук). Построены основы теории приближения на классах периодических функций, определяющихся посредством мультипликаторов и сдвигов по аргументу (А. И. Степанец).

Дальнейшее развитие получили исследования свойств минимизирующих зарядов равновесных потенциалов и емкостей конденсаторов в расширенной комплексной плоскости; доказаны глобальные контурно-телесные теоремы для голоморфных функций и отображений в открытых множествах замкнутой комплексной плоскости и многомерных комплексных пространств при произвольной билогарифмически вогнутой мажоранте (П. М. Тамразов).

Новые результаты получены в исследованиях топологических свойств функций и отображений, в частности в теории Морса и К-теории, что свидетельствует о зарождении топологической школы (А. В. Бондарь, Ю. Ю. Трохимчук, В. В. Шарко).

Фундаментальными результатами отмечены работы в области теории групп и линейной алгебры. Изучены и конструктивно описаны важные виды неабелевых периодических групп с абелевым коммутантом и абелевыми силовскими подгруппами. Получены также новые критерии выполняемости условия минимальности в бесконечных периодических группах. Наряду с этим установлена конечность ранга разрешимой группы, факторизуемой двумя подгруппами конечного ранга, удовлетворяющими определенным дополнительным требованиям (С. Н. Черников, Д. И. Зайцев). Построена теория представлений обобщенных частично упорядоченных множеств и получены важные приложения к представлениям конечномерных алгебр (Л. А. Назарова, А. В. Ройтер).

Значительные успехи достигнуты в решении сложных математических проблем механики. Дальнейшее развитие получили прикладная теория гироскопов и теория навигационных гироскопических систем (В. Н. Кошляков). Работы М. Е. Темченко в этой области в 1982 г. удостоены Государственной премии СССР. Важное прикладное значение имеют также результаты фундаментальных иссле-

Член-корреспондент АН УССР В. К. Дзядык.

Член-корреспондент АН УССР Н. П. Корнейчук.

дований движения твердых тел, вращающихся на струнном подвесе (М. Е. Темченко, В. А. Стороженко).

В области динамики специальных механических систем созданы новые математические модели механики твердых деформируемых тел и эффективные методы расчета колебаний и устойчивости движения таких тел. Признанием достижений института в этой области явилось присуждение его ученым Государственной премии УССР в 1983 г. (Д. Г. Кореневский, И. А. Луковский, П. А. Пустовойтов и В. А. Троценко) и премии им. М. К. Янгеля АН УССР в 1981 г. (И. А. Луковский). Полученные результаты имеют большое прикладное значение и применяются в инженерной практике расчета динамики сложных механических систем.

В развитие выполненных в предыдущие годы исследований в институте завершена дополнительная тема, являющаяся составной частью всесоюзной комплексной программы по созданию робототехнических систем. В ходе выполнения темы построены принципы управления движением шагающего аппарата и создано математическое обеспечение алгоритмов управления (В. Б. Ларин).

На основе результатов фундаментальных исследований, завершенных в предыдущие годы, в институте выполнен большой цикл научно-исследовательских работ по созданию математических моделей актуальных для современной инженерной практики электромагнитных, тепловых и диффузионных процессов и разработке эффективных асимптотических и специальных вариационных методов решения возникающих при этом сложных линейных и нелинейных краевых задач с целью расчета, прогнозирования и оптимизации соответствующих технологических процессов. Созданы также новые математические методы расчета электродинамических и тепловых полей мощных турбогенераторов, тепловых и гидродинамических характеристик крупных подземных хранилищ сжиженных газов и нефтепродуктов. Результаты исследований внедряются в отраслевых научно-исследовательских институтах Минэлектротехпрома, Мингазпрома, Минприбора и Минсудпрома СССР, а также в других организациях, занимающихся разработкой и созданием новой техники.

Так, разработанные институтом математические методы решения краевых задач для сложных кусочно-однородных областей применительно к исследованию полей в основных узлах электроэнергетического оборудования с рекомендациями по их использованию переданы для внедрения во ВНИИ электромашиностроения Минэлектротехпрома СССР, а также в Институт электродинамики АН УССР и НИПКТИ тяжелого электромашиностроения завода «Электротяжмаш». Результаты исследований послужат основой для разработки совместно с ВНИИ электромашиностроения Минэлектротехпрома СССР рекомендаций по совершенствованию конструкций современных турбогенераторов и создания надежных инженерных методов электромагнитных и тепловых расчетов с использованием ЭВМ. Внедрение этих методов в практику проектирования турбогенераторов позволит повысить точность расчетов электромагнитных полей и потерь в важных узлах турбогенераторов, сократить время расчета различных конструктивных вариантов и уменьшить расходы на экспериментальные исследования.

В соответствии с договором о творческом содружестве с Институтом технической механики АН УССР институт разработал методы решения задач о колебаниях жидкости в подвижных полостях, в частности эффективные вариационные методы. Полученные решения сложных краевых задач математической физики позволили определить гидродинамические коэффициенты уравнений движения исследуемых конструкций с жидкостью (в частности, железнодорожных составов). Результаты совместных работ внедрены в ПО «Ждановтяжмаш».

Для Института проблем литья АН УССР разработаны инженерные методы расчета стационарных температурных

Член-корреспондент АН УССР В. Н. Кошляков.

Член-корреспондент АН УССР И. А. Луковский.

Член-корреспондент АН УССР А. М. Самойленко.

полей автотигля при электронно-лучевой гарнисажной плавке тугоплавких металлов; созданы алгоритмы и отлажены программы численных расчетов на ЭВМ, просчитаны различные конструктивные варианты, позволяющие проследить за изменением температурного поля автотигля в зависимости от выбора параметров тепловой нагрузки. Разработки института по асимптотическому фазовому укрупнению реализованы в руководящих технических материалах «Аналитические методы оценки надежности АСУТП», которые внедряются в организациях Минприбора СССР, что является результатом выполнения институтом ряда хоздоговоров с Институтом автоматики им. XXV съезда КПСС Минприбора СССР и другими организациями.

В соответствии с хоздоговором с Институтом технической теплофизики АН УССР Институтом математики АН УССР выполнены исследования динамики температурных полей в системе «ледовый аккумулятор холода — горный массив» и кинетики изменения агрегатного состояния холодоносителя. Для первого периода (хранение воды) получено аналитическое решение задачи, для второго (хранение льда) — разработан численный алгоритм решения многофронтовой задачи теплопроводности с учетом фазовых превращений и заданным расположением источников холода. В рамках договора о содружестве с Киевским политехническим институтом и производственным объединением «Кристалл» выполнены исследования по расчету больших интегральных схем, в результате чего разработаны алгоритмы асимптотической декомпозиции и аналитические выкладки на ЭВМ применительно к задачам микроэлектроники.

Совместно с Институтом кибернетики им. В. М. Глушкова АН УССР осуществлена реализация на ЭВМ вариационно-градиентного метода для систем линейных алгебраических уравнений большой размерности. С помощью предложенного метода удалось существенно сократить

Член-корреспондент АН УССР С. Н. Черников.

время счета. С участием Морского гидрофизического института АН УССР выполнен цикл исследований, в результате которых созданы математические модели динамики сероводородной зоны Черного моря, процессов тепло- и массопереноса в стратифицированных средах и разработаны эффективные численно-аналитические методы их решения.

В рамках задач по охране окружающей среды разработаны точные и приближенные методы решения краевых задач конвективной диффузии растворимых веществ при фильтрации подземных вод. Результаты исследований используются в отраслевых институтах Министерства мелиорации и водного хозяйства СССР, Министерства черной металлургии СССР и других, в частности, при разработке рекомендаций по проектированию и эксплуатации фильтрационных завес в массиве водоносных пород при разработке железорудных месторождений, а также при решении практических задач, связанных с засолением подземных вод и сельскохозяйственных угодий при мелиорации земель (отдел, разрабатывавший математические проблемы тепломассопереноса, в 1984 г. переведен в Институт гидробиологии АН УССР).

Значительные успехи достигнуты в исследованиях надежностных характеристик для сложных восстанавливаемых систем. Результаты этих исследований переданы ряду организаций Минприбора СССР, в частности Центральному НИИ им. акад. А. Н. Крылова для внедрения в ЦКБ отрасли программ по оценке надежности судовых систем. В рамках рассматриваемого научного направления разработаны также математические модели второй очереди АСУ Бортнической оросительной системы, являющиеся важной составной частью заданий всесоюзной научно-технической программы. Полученные здесь результаты должны стать математической основой общей теории оценивания надежностных характеристик механических систем на этапах их проектирования и эксплуатации.

Научные исследования в XI пятилетке проводились при сотрудничестве с 17 институтами АН СССР и АН УССР, 26 высшими учебными заведениями и 14 отраслевыми научными организациями других министерств и ведомств страны. Научная деятельность института постоянно координируется с Математическим институтом им. В. А. Стеклова АН СССР и его Ленинградским отделением, Институтом математики и механики Уральского научного центра, Институтом прикладной математики им. М. В. Келдыша АН СССР, Институтом математики СО АН СССР, Московским и Ленинградским государственными университетами и другими научными учреждениями. Активным научным сотрудничеством с ведущими учеными указанных математических центров в значительной степени и обусловлено совместное проведение ряда международных и всесоюзных конференций.

Институт проводит важную научно-организационную работу в республике по координации научных исследований в важнейших направлениях математических наук. Осуществлению этой деятельности способствуют ученые советы и научные семинары института, участие его ученых в работе координационных проблемных советов АН УССР, специализированных советов других научно-исследовательских институтов и высших учебных заведений, а также проведение институтом международных, всесоюзных и республиканских конференций и математических школ. Значительное внимание при этом уделяется расширению всесторонних связей с высшими учебными заведениями и совершенствованию форм совместной деятельности, в частности подготовке высококвалифицированных научных кадров, проведению совместных научных исследований, конференций, семинаров, изданию монографий, учебников и учебных пособий, профессиональной ориентации молодежи. Поэтому научная деятельность в отделах института осуществляется как при тесных контактах с математиками институтов Академии наук СССР, МГУ, ЛГУ, институтов кибернетики, прикладных проблем механики и математики, прикладной математики и механики АН УССР, так и в содружестве с математиками Киевского, Харьковского, Донецкого, Одесского, Днепропетровского, Симферопольского, Черновицкого, Ужгородского и Львовского государственных университетов, Черниговского и Киевского педагогических институтов, Киевского политехнического института и многими другими. Более 20 ученых института ведут педагогическую работу в высших учебных заведениях Киева, читают лекции во многих вузах республики. Ежегодно в институте более 25 преподавателей повышают научную квалификацию, 50 студентов проходят практику; преподаватели вузов направляются в институт также для подготовки и завершения докторских диссертаций.

Уделяя много внимания вопросам подготовки научных кадров, институт в 1980—1985 гг. подготовил 17 докторов и 145 кандидатов наук, в том числе 3 доктора и 55 кандидатов наук для высших учебных заведений Минвуза и Минпроса УССР, 50 кандидатов наук — для учреждений Академии наук УССР. За этот период изданы также 9 учебников и учебных пособий для студентов вузов, подготовленных учеными института как самостоятельно, так и совместно с работниками высшей школы. С целью активизации научных исследований в вузах институт организовал и провел очередной всесоюзный симпозиум по теории групп совместно с Сумским педагогическим институтом (1982 г.), всесоюзную конференцию по теории приближения функций — совместно с Днепропетровским государственным университетом (1985 г.). Кроме того, институт провел ряд республиканских математических школ совместно с Ужгородским государственным университетом, Киевским политехническим и Киевским педагогическим институтами.

Совместно с Минвузом УССР на базе института систематически проводятся республиканские туры по математи-

Член-корреспондент АН УССР А. Н. Шарковский.

ке всесоюзных олимпиад «Студент и научно-технический прогресс»; молодые исследователи занимаются с учениками как в ряде школ Киева и во Дворце пионеров и школьников им. Н. Островского, так и в Народном университете юных математиков при институте. Сборная команда студентов университетов Украины, руководимая молодыми учеными института, в 1985 г. заняла первое место среди студентов-математиков на указанной выше всесоюзной олимпиаде. За работу с творческой молодежью ряд сотрудников института награжден нагрудными знаками «Отличник народного просвещения Украинской ССР» (В. В. Булдыгин, А. Н. Назаренко), а также Почетными Грамотами Президиума АН УССР и ЦК ЛКСМ Украины.

При содействии Академии наук ГДР, Польской Академии наук и Чехословацкой Академии наук в 1981 г. институтом организована и проведена IX Международная конференция по нелинейным колебаниям. В работе конференции приняли участие более 600 ученых из 30 стран, что свидетельствует о международном признании научного авторитета всемирно известной научной школы по нелинейной механике, центром которой является Институт математики АН УССР. В 1983 г. совместно с Математическим институтом им. В. А. Стеклова АН СССР институтом проведена в Киеве Международная конференция по теории приближения функций, в работе которой приняли участие 286 ученых из 14 стран. Конференция продолжила цикл конференций по теории функций, которые с 1969 г. регулярно проводятся в социалистических странах. Институтом были организованы также международная конференция «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике» (1985 г.), всесоюзная школа «Упорядоченные структуры в математике и турбулентность» (1985 г.), республиканская школа-семинар «Вероятностные методы в биологии» (1982 г.) и ряд других математических школ по актуальным направлениям современной математики.

Президиум IX Международной конференции по нелинейным колебаниям. Слева направо: Г. Н. Менжерес, Ю. А. Митропольский, В. И. Трефилов, Г. С. Писаренко.

Указанные конференции и школы способствовали успешному осуществлению институтом координационной работы, совершенствованию ее форм и методов.

Большое внимание в институте уделяется организации библиотечного обеспечения разрабатываемых научных проблем, повышению уровня эффективности и качества информационной работы. Осуществлению указанных задач подчинена деятельность отдела научно-технической информации и библиотеки института (создана в 1934 г.) — крупнейшей научной библиотеки математической литературы. Ее действующий фонд составляет около 140 тыс. томов книг и журналов и практически охватывает все разделы современной математики.

В результате плодотворной научной деятельности ученых института изданы 33 монографии, два справочника, три тома трудов конференций и 64 сборника научных работ. За последние восемь лет семь монографий изданы за рубежом (ВНР, ГДР, Индия, ФРГ, США) и заключены новые договора на издание четырех монографий в зарубежных издательствах научной литературы. О международном авторитете трудов ученых института свидетельствует также тот факт, что через внешнеторговые объединения «Международная книга» и «Укркнигоэкспорт» только в 1980—1985 гг. институт реализовал на экспорт в более чем 30 государств 31 тыс. экземпляров тематических сборников научных работ, изданных институтом самостоятельно. Ведущими печатными органами института являются «Украинский математический журнал» (основан в 1949 г., систематически переиздается в США на английском языке) и республиканский межведомственный сборник «Математическая физика и нелинейная механика» (основан в 1964 г.).

Значительное место в деятельности института занимают международные научные связи и работа по совершенствованию их форм, при этом основное внимание уделяется расширению научных связей и сотрудничеству с мате-

Зарубежные издания научных трудов института.

матическими центрами стран — членов СЭВ. Согласно проблемно-тематическому плану научного сотрудничества между Академией наук СССР и Венгерской Академией наук на 1981—1985 гг. ученые института совместно с математиками из ВНР проводили исследования в области теории аппроксимации. С учеными из ГДР в институте решались вопросы математического обеспечения программ, связанных с регулированием использования водных ресурсов. С группой французских ученых и специалистов при участии специалистов Минводхоза УССР проведено рабочее совещание по математическим проблемам комплексной фильтрации грунтов. Институт принимает участие в выполнении проблемно-тематических планов научного сотрудничества между Академией наук СССР и Академиями наук ВНР, ГДР, СРР и ЧССР в области математической физики и дифференциальных уравнений, теории вероятностей, математического анализа, алгебры. Ученые института участвовали в работе международных математических конгрессов в Варшаве (1983 г., ПНР) и Беркли (1986 г., США), многих международных форумов, проводившихся как в нашей стране, так и за рубежом, а также читали лекции в международных математических центрах (ПНР, США, ВНР, ЧССР, Япония, Швеция, ГДР, ФРГ, Франция, Швейцария, Великобритания, Канада и др.).

Важной формой международного сотрудничества института является оказание помощи в подготовке научных кадров и становлении национальных научных центров других стран. Для социалистических государств (ВНР, ГДР, ЧССР, СРВ) институт подготовил пять кандидатов и одного доктора наук. В свою очередь семь молодых ученых института стажировались в международных центрах им. С. Банаха (ПНР), в Обервольфаге (ФРГ) и др. Институт оказал помощь СРВ в организации в Ханое лаборатории по решению краевых задач фильтрации на базе моделирующих устройств, разработанных ранее в институте. При этом институт отправил в СРВ необходимую математическую литературу и научные приборы. Ученые института принимают участие в деятельности международных научных организаций (Ю. А. Митропольский — иностранный член Болонской Академии наук, Италия), являются членами редакционных коллегий международных научных журналов «Nonlinear mechanics» (Ю. А. Митропольский) и «Applied stochastic models and data analysis» (В. С. Королюк), а также «Reports on mathematical physics» (Ю. М. Березанский), издающихся в США и ПНР. Указанные многогранные научные связи и международное сотрудничество способствуют повышению уровня и эффективности теоретических и прикладных исследований в институте, росту международного авторитета его ученых.

* * *

В связи с необходимостью усиления исследований в ряде приоритетных направлений и улучшения их научно-организационного обеспечения в последние годы структура института претерпела ряд изменений: в 1987 г. в результате реорганизации структурных подразделений, созданы отделы обыкновенных дифференциальных уравнений (заведующий А. М. Самойленко), алгебры и топологических методов анализа (Ю. Ю. Трохимчук), теории приближения и комплексного анализа (Н. П. Корнейчук), теории динамических систем (А. Н. Шарковский). Из Института теоретической физики АН УССР в институт переведен (1986 г.) отдел математических методов статистической механики (Д. Я. Петрина).

В 80-е годы значительно возрос научный потенциал института. В его отделах работают академик (Ю. А. Митропольский), 3 академика АН УССР (Ю. М. Березанский, В. С. Королюк, А. В. Скороход), 10 членов-корреспондентов

АН УССР (А. Н. Боголюбов, В. К. Дзядык, Н. П. Корнейчук, В. Н. Кошляков, И. А. Луковский, Д. Я. Петрина, А. М. Самойленко, В. И. Фущич, С. Н. Черников, А. Н. Шарковский), 30 докторов и 100 кандидатов наук. Достигнутый уровень эффективности работы коллектива института, широкая реализация результатов научных исследований базируются на интенсивном развитии в нем фундаментальных научных исследований, расширении участия его ученых в решении практических задач совместно со специалистами академических и отраслевых институтов, высших учебных заведений и научно-производственных объединений. Деятельность института неоднократно одобрялась Президиумом АН УССР, труд его ученых отмечен высокими правительственными наградами. За большие достижения в развитии математической науки и подготовке высококвалифицированных научных кадров в 1984 г. институт награжден Почетной Грамотой Президиума Верховного Совета Украинской ССР.

Вступив во второе пятидесятилетие, коллектив института свои знания, опыт и творческую энергию направляет на решение актуальных проблем развития народного хозяйства, успешное выполнение плана экономического и социального развития нашей Родины.

РАЗВИТИЕ НАУЧНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА И НЕЛИНЕЙНАЯ МЕХАНИКА

Математическая физика — одна из наиболее бурно развивающихся областей современного естествознания. Методы классической математической физики находят самое широкое применение в различных областях науки и техники — теории колебаний, аэро- и гидромеханике, оптике, акустике, электро- и радиотехнике, теплофизике и многих других.

Освоение передовых рубежей науки о природе колебательных явлений в физике, технике, биологии, проблемы физики элементарных частиц, физики твердого тела, квантовой электроники потребовали создания ряда аппаратов современной математической физики, включающих теорию возмущений, элементы теории групп и функционального анализа, теории функций многих комплексных переменных, теории обобщенных функций, теории вероятностей и других разделов математики.

Большой вклад в развитие математической физики внесли ученые Института математики АН УССР. Основные достижения в этой области науки связаны с именами Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова.

Фундаментальный вклад в развитие нелинейной механики — важного раздела математической физики — внесли труды Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова, где были созданы и строго математически обоснованы так называемые асимптотические методы нелинейной механики.

Основная идея асимптотических методов нелинейной механики может быть проиллюстрирована на примере не-линейного уравнения второго порядка

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = \varepsilon f\left(x, \frac{dx}{dt}\right), \tag{1}$$

где ε — малый положительный параметр.

Исходя из физических соображений о виде решения при наличии возмущения, решение уравнения (1) ищется в виде степенного ряда

$$x = a\cos\psi + \varepsilon u_1(a, \psi) + \varepsilon^2 u_2(a, \psi) + \ldots, \tag{2}$$

где $u_1(a,\psi)$, $u_2(a,\psi)$, ... периодически зависят от угла ψ, а a и ψ определяются дифференциальными уравнениями

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a) + \varepsilon^2 A_2(a) + \ldots,$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega + \varepsilon B_1(a) + \varepsilon^2 B_2(a) + \ldots \tag{3}$$

Итак, задача сводится к подбору соответствующих выражений для $u_1(a,\psi)$, $u_2(a,\psi)$, ..., $A_1(a)$, $B_1(a)$, $A_2(a)$, $B_2(a)$, ... таким образом, чтобы выражение (2) формально удовлетворяло уравнению (1). Эта задача решается элементарно, а для искомых коэффициентов разложения получаются явные выражения.

Идея асимптотических методов оказалась исключительно общей и гибкой. Она применима к самым разнообразным случаям систем с «малым» и «большим» параметром, в том числе и к системам с бесконечным числом степеней свободы.

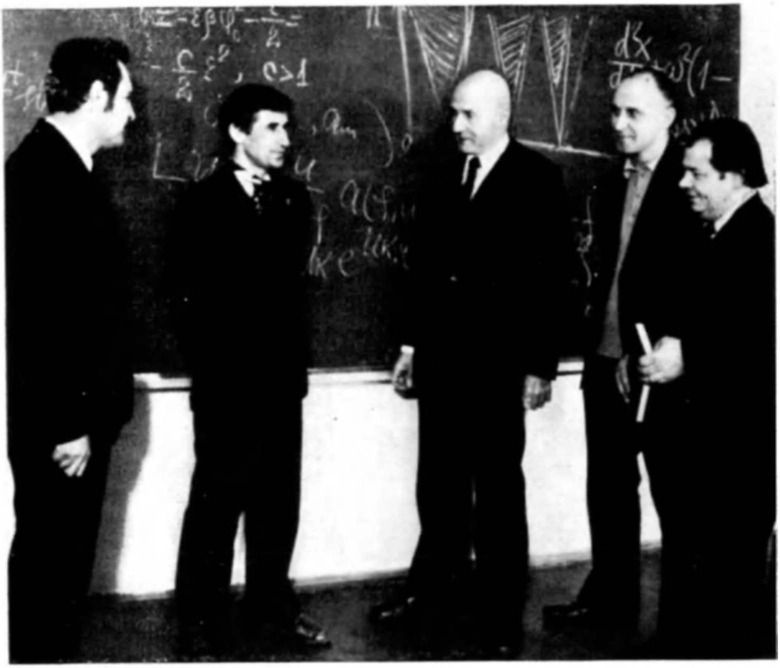
Асимптотические методы исследования нелинейных дифференциальных уравнений занимают в настоящее время центральное место в нелинейной механике и смежных разделах математики, механики, физики и техники.

В 1945—1949 гг. Н. Н. Боголюбовым был сформулирован и строго математически обоснован метод усреднения, разработаны теория интегральных многообразий и метод исследования одночастотных колебательных режимов в системах со многими степенями свободы. Фундаментальные теоремы, доказанные Н. Н. Боголюбовым, стали классическими и явились неиссякаемым источником для последующих обобщений и анализа сложных явлений в нелинейных колебательных системах.

1. Одночастотный метод и системы с медленно меняющимися параметрами. В 1948 г. Н. Н. Боголюбов установил эффективный метод исследования нелинейных колебательных систем со многими степенями свободы — так называемый одночастотный метод. Суть его состоит в том, что находится не общее решение системы дифференциальных уравнений, а только частное, зависящее от двух произвольных постоянных и соответствующее определенному колебательному процессу в системе со многими степенями свободы.

В дальнейшем одночастотный метод был существенно развит и строго обоснован Ю. А. Митропольским применительно к ряду важных классов систем нелинейных дифференциальных уравнений с «малым» параметром и применительно к исследованию колебательных процессов, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных, близких к уравнениям гиперболического типа. Асимптотические методы были также распространены на исследование нелинейных колебательных систем с медленно меняющимися параметрами. Разработана теория медленных процессов в нелинейных колебательных системах как с одной, так и со многими степенями свободы, которая нашла широкое применение при решении многих важных задач физики и техники (прохождение через резонанс в нелинейных системах, колебание маятника с переменной длиной, исследование нестационарных процессов в роторах турбомашин и гироскопических явлений в синхрофазотронах, при расчете орбит спутников и т. п.).

2. Развитие асимптотических методов и применение ЭВМ. На основе анализа ряда вариантов асимптотических



Академик Ю. А. Митропольский со своими учениками.

методов Ю. А. Митропольским, А. М. Самойленко, А. Н. Скрипником, П. М. Сеником, В. Г. Самойленко сформулированы характерные особенности и закономерности асимптотических методов и предложена общая схема построения асимптотических разложений, которая позволяет разрабатывать новые варианты асимптотических методов. В основу анализа положено изучение кольца функций из класса C^∞. Аксиоматически вводятся три условия, накладываемые на оператор усреднения M и на некоторый вспомогательный дифференциальный оператор L.

Установлено свойство разделимости решения исходной системы на «нормально» и «плавно» или же на «быстро» и «медленно» изменяющиеся компоненты.

Установлена оценка близости точного решения и его m-го приближения. Показано, что разработанная схема включает в себя классический алгоритм метода усреднения. Реализация предложенного алгоритма для системы с главной линейной частью при $m \to \infty$ и $\varepsilon = 1$ приводит к методу нормальных форм.

На основе рассмотренной методики предложен алгоритм асимптотического интегрирования для исследования слабо нелинейных дифференциальных уравнений. Найдены формулы асимптотических приближений, исследованы уравнения m-х приближений.

Для систем дифференциальных уравнений, близких к существенно нелинейным, разработан математический аппарат, основанный на сочетании асимптотического метода нелинейной механики с методом минимизации среднеквадратичной величины соответствующей невязки. Построены улучшенные в среднем стационарные асимптотические представления. Развита теория многочастотных колебаний, разработаны схемы асимптотического интегрирования систем нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих многочастотные колебания. Получены новые фундаментальные теоремы по обоснованию асимптотических методов исследования многочастотных колебаний. Проведен анализ колебаний систем, описываемых дифференциальными уравнениями второго порядка в резонансном и нерезонансном случаях, получены формулы асимптотических приближений.

Для систем обыкновенных дифференциальных уравнений исследованы алгоритмы асимптотического разделения движений на «быстрые» и «медленные» соответственно некоторой шкале масштабов времени. Разработана методика построения трех- и многомасштабных асимптотических схем.

Предложено развитие асимптотического метода на основе операции «погружения» в теории колебаний систем с сосредоточенными параметрами. Суть его состоит в переходе к вспомогательной системе в полных дифференциалах. Если нулевое приближение этой системы обладает специальными групповыми свойствами, то для нее можно на основе гармонического анализа на группах развить асимптотический метод.

Особо следует отметить сложившееся в последние десятилетия направление, получившее название конструктивного анализа нелинейных систем. Оно связано с исследованием либо сложных систем, либо систем с большой размерностью. Указанное направление можно условно отнести к интенсивно развивающейся в последнее время «машинной математике», которая в процессе исследования существенно использует ЭВМ. Асимптотические методы нелинейной механики были применены при расчете на ЭВМ резонансных цепей микроэлектроники. Разработаны программы, реализующие буквенные выкладки алгоритмов на ЭВМ. Для этого весьма важной оказалась разработка новых методов конструктивного построения асимптотических решений. Получены явные формулы для определения асимптотических разложений, соответствующих асимптотическому методу с некоторым общим оператором усреднения, и разработан метод конструктивного построения решений на ЭВМ.

3. Развитие метода усреднения. В 30-х годах Н. М. Крылов и Н. Н. Боголюбов предложили некоторый общий подход для исследования уравнений нелинейной механики, содержащих малый параметр. Суть этого метода сводится к построению замены переменных, позволяющей отделять «медленные» переменные от «быстрых». Такая замена дает возможность представлять решения системы уравнений в виде асимптотического ряда, первый член которого совпадает с решением, получаемым по методу Ван-дер-Поля.

В 40-х годах Н. Н. Боголюбов создал строгую теорию метода усреднения и показал, что этот метод органически связан с существованием некоторой замены переменных, позволяющей исключить время t из правых частей уравнений с произвольной степенью точности относительно малого параметра ε. При этом, исходя из физических соображений, он указал, как строить не только систему первого приближения (усредненную систему), но и усредненные системы высших приближений, решения которых аппроксимируют решения исходной (точной) системы с произвольной наперед заданной точностью.

Суть этого метода заключается в следующем. Рассматривается дифференциальное уравнение в векторной форме

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon X(t, x), \tag{4}$$

где ε — малый положительный параметр; t — время; x, X — точки n-мерного евклидова пространства E^n. Уравнения, правая часть которых пропорциональна ε, согласно терминологии, введенной Н. Н. Боголюбовым, называются уравнениями в «стандартной» форме.

При ряде ограничений, накладываемых на правые части уравнения (4), путем замены переменных, близкой к тождественной, согласно формулам

$$x = \xi + \varepsilon F_1(t, \xi) + \varepsilon^2 F_2(t, \xi) + \cdots + \varepsilon^m F_m(t, \xi) \tag{5}$$

уравнение (4) сводится к точному уравнению

$$\frac{d\xi}{dt} = \varepsilon X_0(\xi) + \varepsilon^2 P(\xi) + \cdots + \varepsilon^m P_m(\xi) + \varepsilon^{m+1} R(t, \xi). \tag{6}$$

Отбрасывая в уравнении (6) слагаемое $\varepsilon^{m+1}R(t, \xi)$, получаем «усредненное» уравнение m-го приближения:

$$\frac{d\xi}{dt} = \varepsilon X_0(\xi) + \varepsilon^2 P(\xi) + \cdots + \varepsilon^m P_m(\xi). \tag{7}$$

Помимо построения схемы усреднения, Н. Н. Боголюбовым было дано обстоятельное математическое обоснование предложенного им метода усреднения, которое в основном сводится к решению следующих двух проблем:

1) отыскание условий, при которых разность между решением точной системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon X(t, x) \tag{8}$$

и решением соответствующей ей усредненной системы

$$\frac{d\xi}{dt} = \varepsilon M\{X(t, \xi)\} = \varepsilon X_0(\xi) \tag{9}$$

при достаточно малых значениях параметра ε становится сколь угодно малой на сколь угодно большом, но все же конечном интервале времени;

2) установление соответствия между различными свойствами решений точных уравнений (8) и решений усредненных уравнений (9), которые зависят от их поведения на бесконечном интервале времени.

Для решения этих проблем Н. Н. Боголюбовым доказан ряд теорем, которые стали классическими. Это математическое обоснование послужило многим ученым источником идей для дальнейшего развития метода.

Как известно, в последние годы в работах советских и зарубежных математиков широкое развитие получили различные варианты метода усреднения в формулировке Н. Н. Боголюбова как для рассматривавшихся ранее, так и для новых классов дифференциальных уравнений. В Институте математики АН УССР приведенные выше результаты Н. Н. Боголюбова нашли дальнейшее развитие в ряде работ Ю. А. Митропольского, А. М. Самойленко, А. К. Лопатина, В. Г. Коломийца, В. И. Фодчука, В. Н. Челомея, И. З. Штокало.

Метод усреднения был распространен на нелинейные уравнения с медленно меняющимися коэффициентами, многочастотные системы, уравнения, близкие к точно интегрирующимся, уравнения в частных производных, конечно-разностные уравнения, уравнения с недифференцируемыми правыми частями, уравнения с мгновенными силами, с запаздывающим аргументом, стохастические уравнения, уравнения в бесконечномерных пространствах, гильбертовом пространстве и т. п. Для всех этих случаев были доказаны теоремы — обобщения первой основной теоремы Н. Н. Боголюбова об оценке разности между решениями точной системы и усредненной.

Для иллюстрации метода усреднения Н. Н. Боголюбовым был рассмотрен изящный пример — колебания маятника с вибрирующей точкой подвеса. Был получен важный вывод об устойчивости верхнего положения равновесия при достаточно большой частоте вибрации точки подвеса. Это явилось стимулом интересной работы В. Н. Челомея, в которой было показано, что те же по природе динамические силы, которые рассматривались в примере с маятником, приводят статически неустойчивую систему (в частности, стержень) к динамически устойчивой. В результате этого В. Н. Челомеем была показана принципиальная возможность повышения устойчивости упругих систем при помощи вибраций.

На основании идей метода усреднения И. З. Штокало была решена задача устойчивости линейных дифференциальных уравнений с квазипериодическими коэффициентами, установлена формальная теорема Флоке в том смысле, что процесс сведения к системе с постоянными коэффициентами асимптотически сходящийся.

Большой цикл исследований выполнен по разработке теоретико-группового подхода в развитии метода усреднения.

Установлены необходимые и достаточные условия декомпозиции системы обыкновенных дифференциальных уравнений высокой размерности на подсистемы более низкой размерности. Эти условия конструктивно выражаются через коэффициенты системы и сводятся к построению алгебр Ли (конечномерных и бесконечномерных). Разложи-

Издания научных трудов ученых института.

мость этих алгебр в прямую сумму идеалов обеспечивает декомпозируемость.

Дальнейшим развитием метода усреднения стали результаты, относящиеся к асимптотической декомпозиции дифференциальных систем в окрестности интегральных многообразий систем с заданными свойствами (системы нулевого приближения). В основу здесь положено преобразование Кэмпбелла — Хаусдорфа, и задача сводится к задаче возмущения на алгебрах. При различных предположениях о свойствах алгебры Ли невозмущенной системы, например разложимости в прямую сумму подалгебр, компактности и т. д., стало возможным рассмотреть ряд новых задач.

Впервые разработана теория возмущений для пфаффовых систем, что, как известно, эквивалентно исследованию систем дифференциальных уравнений в частных производных общего вида.

Для систем с медленными и быстрыми переменными доказана декомпозируемость при самых общих условиях, накладываемых на правые части. Для полной декомпозируемости (вырожденный случай системы нулевого приближения) требуется наложить ряд ограничений, сводящихся в конечном счете к условию отсутствия перекрестных резонансных соотношений.

Разработанные алгоритмы оказались весьма эффективными в прикладных задачах. Рассмотрена задача асимптотического расщепления системы уравнений n-го порядка движения летательного аппарата, когда в нулевом приближении уравнения разделяются на две независимые подсистемы: продольного и бокового движения. Аналогичная задача встречается при плоскопараллельном адиабатическом движении газа.

Рассмотрена задача о возмущении дифференциальной системы, допускающей некоторую группу преобразований Ли. С помощью асимптотической замены она сводится к уравнениям с той же группой симметрии.

Для описания волновых процессов в распределенных динамических системах предложен модовый подход. В его основе лежит исследование групповых свойств интегральных многообразий, использование групповых свойств алгебр и переход к гильбертовым пространствам, обобщающим разложения в классические ряды Фурье. Это позволяет сохранить ряд преимуществ асимптотического метода, обеспечивает преемственность с асимптотическими методами нелинейной механики, открывая тем самым широкие возможности перенесения методов и постановок задач на новые классы проблем.

4. Проблема изучения интегральных многообразий в нелинейной механике. При исследовании колебательных процессов в сложных системах с большим числом степеней свободы часто большое значение имеет выделение из общего многообразия движений, допускаемых системой, более простых частных движений или движений, обладающих характерными свойствами.

Это — проблема изучения интегральных многообразий. К этой проблеме, в частности, относится известная проблема об исследовании одночастотных колебательных режимов в системах со многими степенями свободы, о которой сказано выше.

Проблема изучения интегральных многообразий в нелинейной механике состоит в выделении из всей совокупности решений, допускаемых сложными системами нелинейных дифференциальных уравнений, многообразия решений (интегральных многообразий), имеющего размерность меньше порядка системы и обладающего теми или иными характерными свойствами.

Основная идея метода интегральных многообразий впервые была четко установлена Н. Н. Боголюбовым для нелинейных дифференциальных уравнений в стандартной форме. Им были сформулированы и доказаны основополагающие теоремы существования и устойчивости многообразия, которые легли в основу всех последующих исследований.

Главные проблемы, возникающие при исследовании интегральных многообразий для нелинейных дифференциальных уравнений, состоят в следующем.

Наряду с заданной системой нелинейных дифференциальных уравнений рассматривается соответствующая ей система «первого приближения» или «невозмущенная» система. Хорошо известно, что даже малые возмущения могут резко изменить характер фазовых траекторий приближенной системы. В то же время при некоторых довольно общих условиях, накладываемых на правые части рассматриваемых уравнений, удается показать, что если соответствующие приближенные уравнения обладают интегральным многообразием $\mathfrak{M}_0$, то в достаточно малой его окрестности будет существовать интегральное многообразие $\mathfrak{M}_\varepsilon$ исходных уравнений, которое при $\varepsilon \to 0$ стремится к $\mathfrak{M}_0$. При этом, если $\mathfrak{M}_0$ устойчиво, условно устойчиво или неустойчиво, то и $\mathfrak{M}_\varepsilon$ соответственно будет устойчивым, условно устойчивым или неустойчивым.

Таким образом, метод интегральных многообразий позволяет установить соответствие между решениями точных (исходных) уравнений и соответствующих им приближенных (усредненных, невозмущенных и т. п.) уравнений.

Независимо от этой проблемы теория интегральных многообразий представляет также самостоятельный интерес в связи с тем, что, если будет найдено интегральное многообразие для нелинейной системы уравнений, можно свести ее рассмотрение к уравнениям на многообразии, размерность которого меньше размерности исходного фазового пространства.

Особый интерес представляет случай, если многообразие устойчиво и размерность его равна 1 или 2.

Идея метода интегральных многообразий и методы доказательства соответствующих теорем оказались очень эффективными и гибкими и получили в Институте математики дальнейшее развитие и применение для исследования широкого класса нелинейных дифференциальных уравнений (Ю. А. Митропольский, О. Б. Лыкова, А. М. Самойленко, К. В. Задирака, В. И. Фодчук). Здесь в первую очередь следует отметить исследование интегральных многообразий для уравнений, близких к точно интегрирующимся; уравнений с медленно меняющимися параметрами; уравнений, содержащих быстрые и медленные движения, в частности уравнений с быстро вращающейся фазой; уравнений с отклоняющимся аргументом. С помощью аппарата спектральной теории линейных операторов метод интегральных многообразий можно также применить для исследования указанных типов уравнений в случае бесконечномерного банахова пространства, в частности гильбертова пространства.

С помощью метода интегральных многообразий исследована устойчивость стационарных решений нелинейных уравнений при постоянно действующих возмущениях; доказано существование квазипериодического решения системы нелинейных уравнений. Изучены нелинейные дифференциальные уравнения с малым параметром при старшей производной, рассмотрена задача о сведении, позволяющая судить об устойчивости решений исходной системы по устойчивости решений на интегральном многообразии, размерность которого определяется кратностью критической части спектра некоторого линейного уравнения.

5. Колебания в нелинейных системах с последействием. В настоящее время одной из актуальных задач теории колебаний является задача исследования колебательных процессов в системах с последействием, которые обычно описываются дифференциальными уравнениями с отклоняющимся аргументом (с запаздыванием). К исследованию таких систем приводят физические и технические задачи, в которых сила, действующая на материальную точку, зависит от скорости и положения этой точки не только в данный момент, но и в некоторый момент, предшествующий данному. Актуальность исследования подобных задач, а также возможность распространения асимптотических методов для исследования их была высказана Н. Н. Боголюбовым в начале 50-х годов. Эти идеи были развиты Ю. А. Митропольским, Д. И. Мартынюком, Д. Г. Кореневским, В. И. Фодчуком. Ими разработаны алгоритмы (схемы) построения асимптотических решений для нелинейных уравнений с отклоняющимся аргументом. Рассмотрены различные случаи: постоянных и медленно меняющихся коэффициентов и запаздывания, автономных и неавтономных уравнений, резонансный и нерезонансный. Разработан метод исследования одночастотных колебаний в нелинейных системах с запаздыванием со многими степенями свободы, а также метод усреднения, позволяющий исследовать периодические решения таких систем.

Получил развитие асимптотический метод нелинейной механики для исследования как детерминированных нелинейных колебаний в системах с распределенными параметрами и запаздыванием, так и случайных колебаний в нелинейных колебательных системах с запаздыванием. Особое внимание было обращено на исследование периодических и квазипериодических систем с запаздыванием.

Для исследования сильно нелинейных систем с запаздыванием развит топологический метод исследования периодических решений, метод Чезари, численно-аналитический метод и др.

Предложен также проекционно-итеративный метод определения периодических решений нелинейных систем с запаздыванием, сочетающий идеи метода Галеркина и численно-аналитического метода.

Получили развитие вопросы существования инвариантных тороидальных многообразий для систем с запаздыванием. Доказаны новые теоремы существования и устойчивости инвариантных многообразий, указан алгоритм асимптотического интегрирования систем с запаздыванием, обобщающий метод асимптотического интегрирования квазилинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

6. Влияние случайных сил на колебательные системы. Изучение влияния случайных сил на нелинейные колебательные системы имеет большое значение во многих практических задачах.

Уже в 1945 г. Н. Н. Боголюбов в монографии «О некоторых статистических методах в математической физике» рассмотрел задачи о влиянии случайных сил па гармонический осциллятор и установлении статистического равновесия в системе, связанной с термостатом.

В частности, при исследовании предельного поведения линейной колебательной системы, находящейся под воздействием случайных сил, в пределе превращающихся в «белый шум», Н. Н. Боголюбов показал, что движение такой системы описывается марковским процессом, переходные вероятности которого удовлетворяют уравнению Колмогорова—Фоккера—Планка (КФП).

Развивая эти идеи, Ю. А. Митропольский, В. Б. Ларин и В. Г. Коломиец с помощью асимптотических методов нелинейной механики исследовали случайные колебания квазилинейных систем, описываемых обыкновенными дифференциальными стохастическими уравнениями второго и высших порядков, стохастическими дифференциальными уравнениями в частных производных гиперболического типа, а также интегро-дифференциальными уравнениями со случайными возмущениями типа «белого шума». Изучены случайные колебания в существенно нелинейных стохастических системах с одной степенью свободы. Показано, что первое приближение асимптотического метода может быть получено методом статистической линеаризации. Доказаны аналоги теоремы усреднения для систем интегро-дифференциальных уравнений первого и второго порядка гиперболического типа с последействием и случайными воздействиями.

Решена задача оптимизации колебательной системы с одной степенью свободы, находящейся под воздействием случайных сил типа «белого шума».

7. Колебательные системы с распределенными параметрами (массами, распределенными силами). Н. М. Крылов и Н. Н. Боголюбов впервые обратили внимание на эффективность применения асимптотических методов нелинейной механики для рассмотрения колебательных явлений в системах с распределенными массами (валы, стержневые системы).

Эти идеи получили существенное развитие в работах Ю. А. Митропольского и Б. И. Мосеенкова. Так, ими разработан асимптотический метод нелинейной механики для исследования как стационарных, так и нестационарных колебаний в системах с распределенными параметрами, описываемых уравнениями в частных производных. Здесь большое внимание уделено актуальным, быстро развивающимся разделам нелинейной теории колебаний систем с распределенными параметрами — нелинейным краевым задачам с учетом нелинейностей в уравнениях движения и краевых условиях, нелинейным уравнениям гиперболического типа с учетом влияния случайных сил и запаздывания. Были рассмотрены изгибные, крутильные и изгибно-крутильные колебания в механических упругих системах с учетом различных нелинейных характеристик и возмущений. Доказаны теоремы о существовании почти периодических решений волновых уравнений. Метод усреднения был распространен на системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа. Полученные результаты нашли широкое применение при исследовании нестационарных колебаний в механических системах с распределенными параметрами, при исследовании волн в стратификационной среде, взаимодействия волн в дисперсионной среде и др.

Исследованы асимптотические свойства решений интегральных, интегро-дифференциальных уравнений.

К приведенному выше циклу работ, посвященных развитию асимптотических методов нелинейной механики применительно к исследованию систем с распределенными параметрами, примыкает цикл исследований, проведенных А. А. Березовским и К. Я. Кухтой. Ими разработан единый приближенный метод решения граничных задач на собственные значения для упругих систем с непрерывными и переменными непрерывно-дискретными параметрами при произвольном числе разрывов, а также при непрерывных и дискретных возмущениях. Метод применен к расчету поперечных крутильных и изгибно-крутильных колебаний несущих поверхностей самолетов.

Проведены исследования по нелинейным краевым задачам теории оболочек, теплоизлучения и электромагнитных нолей в ферромагнитных средах. Здесь основное внимание было уделено, наряду с установлением теорем существования и единственности, разработке алгоритмов построения приближенных решений краевых задач, которые, как правило, не допускают точных решений.

Объединяющим фактором указанных выше задач из различных областей математической физики является их принадлежность к специальному классу нелинейных краевых задач с явно выделенными главными линейными частями, содержащих нелинейности только в виде сильных возмущений правых частей дифференциальных уравнений и краевых условий.

8. Метод ускоренной сходимости в задачах нелинейной механики и многочастотные колебания. В 1934 г. Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым был предложен метод последовательных замен, который стал эффективным аппаратом для решения многих интересных задач нелинейной механики. В частности, этим методом была решена задача о существовании квазипериодического режима с двумя основными частотами в нелинейных колебательных системах. Однако получаемые приближенные решения в общем случае содержали расходящиеся ряды. В 50—60-х годах

А. Н. Колмогоровым и В. И. Арнольдом для гамильтоновых систем были получены принципиальные результаты по методу построения решений, характеризующихся ускоренной сходимостью, типичной для ньютоновского метода касательных. В 1963 г. Н. Н. Боголюбов, объединяя идею указанных выше работ со своим методом интегральных многообразий, исследовал неконсервативную систему и построил для ее решения сходящиеся ряды. При этом он доказал существование тороидального многообразия квазипериодических решений (при $n>2$), исследовал их зависимость от параметров и решил ряд других вопросов.

Идеи и результаты Н. Н. Боголюбова получили дальнейшее развитие в ряде работ Ю. А. Митропольского, А. М. Самойленко, В. Л. Кулика. Было построено общее решение системы нелинейных дифференциальных уравнений и решен вопрос о приводимости нелинейной системы к линейной с постоянными коэффициентами. Исследовано поведение траекторий на n-мерном гладком торе, решен вопрос о приводимости линейной системы дифференциальных уравнений (как аналитической, так и конечное число раз дифференцируемой) с квазипериодическими коэффициентами к системе с постоянной матрицей, исследована мера приводимости таких систем. Изучено расположение интегральных кривых систем нелинейных уравнений в окрестностях гладких тороидальных и компактных инвариантных многообразий.

Предложен новый подход к теории возмущения инвариантных тороидальных многообразий динамических систем, связанный с использованием функций Грина для линеаризованной задачи. Этот подход дал возможность рассмотреть с общей точки зрения теорию возмущения как гладких, так и недифференцируемых инвариантных многообразий и доказать новые теоремы об их существовании. Рассмотрены вопросы существования единственности и гладкости функции Грина линеаризованной системы, ее расщепляемости и дихотомии.

Многие из перечисленных результатов, полученных методом ускоренной сходимости для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, были перенесены на уравнения с запаздыванием, импульсными толчками, а также на счетные системы уравнений.

Результаты Н. Н. Боголюбова были обобщены и на случай, когда в аналитической системе уравнений матрица линейной части H — переменная, $H=H(\varphi)$. После построения специальных аналитических сглаживающих операторов эти результаты удалось перенести на системы с дифференцируемыми конечное число раз коэффициентами.

Глубокие исследования проведены в теории многочастотных колебаний. Под многочастотными колебаниями обычно понимают движение системы, описываемое квазипериодической функцией $x(t)$. Сама эта функция — плохой объект для исследования, поскольку как угодно малые возмущения могут существенно изменить ее частотный базис. При этом во многих случаях оказывается, что поверхность, «заметаемая» траекторией в фазовом пространстве x-ов, устойчива по отношению к малым возмущениям. Поэтому возникли важные и сложные задачи по исследованию устойчивости этих поверхностей, расположения траекторий на них, возможности линеаризации автономной системы дифференциальных уравнений в их окрестности и многие другие. Здесь рассмотрена возможность введения фазовых φ и нормальных y координат в окрестности m-мерного инвариантного тора $\mathcal{T}_m$. Доказано, что ограничение количества фазовых координат φ всегда позволяет ввести такие координаты. Отказ от этого ограничения приводит к тому, что не всегда в окрестности тора $\mathcal{T}_m$ можно ввести координаты (φ, y). Разработан важный с практической стороны метод Галеркина для отыскания инвариантных тороидальных поверхностей для системы дифференциальных уравнений.

С помощью введения определенных соотношений между скоростями сближения траекторий на торе и скоростью приближения траекторий из окрестности тора (при этом предполагается определенная гладкость функций, стоящих в правых частях уравнений) доказана сходимость приближений метода Галеркина к m-мерной инвариантной тороидальной поверхности.

Как известно, условия, гарантирующие неразрушаемость тора $\mathcal{T}_m$ в системе уравнений при малых возмущениях, определяют некоторый «грубый» характер поведения траекторий этой системы в окрестности $\mathcal{T}_m$. Изучение этой окрестности было необходимо и важно для выяснения механизма разрушения инвариантной поверхности малыми возмущениями динамической системы. При этом получен ряд результатов о взаимосвязи траекторий, расположенных в окрестности тора $\mathcal{T}_m$ и на нем самом. Оказалось, что каждая траектория из окрестности тора «выбирает» единственную траекторию на самом торе и экспоненциально к ней приближается на бесконечности. Изучена возможность линеаризации нелинейной динамической системы в окрестности тора $\mathcal{T}_m$, а также вопросы теории бифуркации инвариантных многообразий для ряда достаточно гладких систем. Предполагалось, что для всех $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$ система уравнений имеет одно и то же инвариантное множество $\mathfrak{M}_0$, и в процессе изменения параметра ε происходит смена устойчивости множества $\mathfrak{M}$. При этих условиях доказано, что при прохождении параметра ε через критическое значение, ведущее к смене устойчивости, из $\mathfrak{M}$ может возникнуть новое инвариантное множество $\mathfrak{M}_\varepsilon$. Для появления такого множества достаточно смены асимптотической устойчивости $\mathfrak{M}$ на неустойчивость. Структура порождаемого множества $\mathfrak{M}_\varepsilon$ зависит от множества $\mathfrak{M}_0$ и характера смены устойчивости.

Получены условия существования инвариантного тора $\mathcal{T}_m$ для нелинейной системы с медленно меняющейся фазой, в том числе для двоякопериодической колебательной системы с медленно меняющимися коэффициентами.

Подробно изучена функция Грина $G(\tau, \varphi)$ в задаче об инвариантных торах: зависимость от параметра, модуль непрерывности по переменным φ, дифференцируемость и др.

Получен ряд результатов по исследованию экспоненциальной дихотомичности тора $\mathcal{T}_m$ с помощью квадратичных форм.

Разработан новый подход к исследованию поведения решений линейной однородной системы на всей оси R, позволяющей охватывать сразу целые семейства таких систем. Это дало возможность получить условия существования равномерно ограниченных на R решений неоднородной системы уравнений, а также исследовать неоднозначную функцию Грина задачи об ограниченных решениях.

Исследована возможность расщепления системы уравнений заменой переменных Ляпунова $x = L(\varphi)y$ на системы меньшего порядка.

Основополагающие идеи и фундаментальные результаты, полученные в области асимптотических методов нелинейной механики, составляют в настоящее время основу многих современных исследований по общей механике, механике сплошной среды, теории устойчивости, теории регулирования и стабилизации, математической экологии и других направлений науки и техники.

Подводя итог основным результатам, полученным в Институте математики АН УССР Н. Н. Боголюбовым и его учениками и последователями в многочисленных трудах в области создания асимптотических методов нелинейной механики, следует особо подчеркнуть, что благодаря своему глубокому теоретическому содержанию и широкой практической направленности эти методы получили широкую известность не только в нашей стране, но и во всем мире. Они обогатили советскую науку новыми достижениями как в области математики, так и в области приложений к механике, физике и технике. С полной уверенностью можно сказать, что во всем мире асимптотические методы нелинейной механики — один из наиболее эффективных методов расчета нелинейных колебательных процессов.

9. Математические вопросы теоретической физики. Основные результаты в области теоретической физики, полученные в институте, связаны главным образом с работами Н. Н. Боголюбова, а также О. С. Парасюка, В. И. Фущича и др. Первые работы Н. Н. Боголюбова, относящиеся к этой области, естественно были обусловлены дальнейшим развитием асимптотических методов нелинейной механики и применением их к задаче многих тел в классической статистической механике.

Выдвинутая в 1945 г. Н. Н. Боголюбовым идея об иерархии времен в статистической физике определила все дальнейшее развитие статистической теории необратимых процессов.

Ряд исследований Н. Н. Боголюбова посвящен вопросам статистической механики классических систем. Здесь разработаны методы функций распределения и производящих функционалов для решения основной задачи статистической физики о вычислении термодинамических функций через молекулярные характеристики вещества. Дальнейшее распространение аппарата функций распределения на случай неравновесных процессов дало возможность Н. Н. Боголюбову подойти с единой точки зрения к теории и методу построения кинетических уравнений для систем взаимодействующих частиц. Для решения кинетических уравнений в 1947 г. был предложен метод, суть которого заключается в использовании наличия двух процессов — медленного и быстрого — в эволюции функций распределения со временем и специальном введении «малых» параметров. Метод кинетических функций распределения был использован Н. Н. Боголюбовым при исследовании вопроса о получении уравнений гидромеханики на основе классической механики совокупности молекул, взаимодействующих между собой. Не менее важные результаты были получены в квантовой статистике, позволившие решить в общем случае задачу о построении кинетических уравнений для квантовых систем во втором приближении. Был разработан метод вторичного квантования, давший возможность исследовать поведение электронов в металле и оказавшийся весьма эффективным при изучении квантовой теории ферромагнетизма.

В 1947 г. Н. Н. Боголюбовым были получены первые результаты по теории вырождения неидеальных газов. Исследование «конденсации» неидеального бозе-газа явилось первым шагом на пути построения микроскопической теории сверхтекучести гелия-II. Был установлен исключительно важный факт: свойством сверхтекучести может обладать только газ со взаимодействием, но отнюдь не идеальный газ. При этом показано, что, несмотря на слабость взаимодействия, обычная теория возмущений оказалась здесь принципиально неприменимой и возникла необходимость в развитии совершенно новой методики расчета. Развитие идей и методов, высказанных Н. Н. Боголюбовым в 1947—1948 гг., позволило ему в 1957 г. создать (независимо от нескольких более ранних работ Бардина, Купера и Шриффера) последовательную микроскопическую теорию сверхпроводимости. Для решения указанной проблемы Н. Н. Боголюбов построил адекватный математический аппарат, в основе которого лежит особое преобразование бозе-амплитуд, широко известное сейчас, как *uv*-преобразование Боголюбова. Это преобразование получило широкое применение в теоретической физике, например в ряде работ по квантовой теории гравитационного поля.

Большой цикл исследований Н. Н. Боголюбова и его учеников, выполненных в институте, относится к фундаментальным проблемам современной квантовой теории поля и элементарных частиц. Н. Н. Боголюбовым предложен метод построения матрицы рассеяния в виде разложения по степеням взаимодействия, дана оригинальная формулировка принципа причинности. Для правильного задачами страхования и т. д. После того как прикладные постановки задач были сформулированы в виде граничных задач для случайных блужданий, возникла классификация таких задач и были созданы новые аналитические методы их исследования, основанные на факторизационных тождествах для производящих и характеристических функций. Была изучена связь между канонической и безгранично делимой факторизацией кумулянты безгранично делимых распределений, получены факторизационные соотношения, устанавливающие связь между распределениями однородного процесса с независимыми приращениями и его основными функционалами.

Факторизационная методика изучения граничных задач позволила продвинуться в изучении не только непрерывных функционалов в топологии Скорохода, но и таких функционалов, как время пребывания над произвольным уровнем и момент первого достижения экстремальных значений, не обладающих свойством непрерывности в указанной топологии (В. С. Королюк, Д. В. Гусак).

Для решения граничных задач случайных блужданий, описываемых полунепрерывными однородными процессами с независимыми приращениями, предложен и развит метод потенциала. Построены и изучены аналитические свойства потенциала и резольвенты таких процессов на полуоси, что позволило с их помощью единообразно решить различные граничные задачи, в том числе о разорении на отрезке, граничные задачи с отражающим или задерживающим экранами. Наличие хороших асимптотических свойств потенциала и резольвенты позволило получить ряд новых предельных теорем и асимптотические разложения для распределений граничных функционалов при возрастании уровня до бесконечности (В. С. Королюк, В. М. Шуренков и др.).

Использование формулы Ито преобразования стохастического интеграла привело к значительному обобщению принципа инвариантности М. Донскера и установлению предельных теорем для аддитивных функционалов от последовательности нормированных сумм независимых случайных величин в случае, когда последовательность функционалов сходится лишь в обобщенном (интегральном) смысле.

Эта техника позволила в дальнейшем установить ряд предельных теорем для аддитивных функционалов от случайных блужданий, а также для аддитивных функционалов от броуновского процесса (А. В. Скороход, Н. П. Слободенюк).

5. **Полумарковские процессы и их приложения.** Исследования по теории полумарковских процессов, начатые в Советском Союзе в 1965 г., стимулировались не только теоретическим интересом к этому новому классу случайных процессов, в определенном смысле обобщающему класс скачкообразных марковских процессов, но и их прикладной значимостью, связанной, в частности, с задачами теории массового обслуживания, теории надежности, теории стохастических автоматов и др.

В 1965 г. В. С. Королюком решена основная для таких приложений задача об определении среднего времени пребывания полумарковского процесса в фиксированной области фазового пространства. Дальнейшие исследования были связаны с асимптотическим анализом распределений различных функционалов от полумарковских процессов, для чего был развит новый аналитический подход, основанный на теории обращения линейных операторов, возмущенных на спектре. Привлечение идей и методов функционального анализа, в частности развитие для этой цели асимптотической теории сингулярно возмущенных полугрупп (В. С. Королюк, А. Ф. Турбин), позволило в дальнейшем значительно расширить классы марковских и полумарковских процессов, для которых оказалось возможным доказать теоремы типа асимптотического фазового укрупнения, установить глубокие связи теории асимптотического фазового укрупнения с проекционными методами статистической механики, методами сокращенного описания в неравновесных задачах статистической физики, рассмотреть ряд задач, связанных с гидродинамическим и квазирелятивистскими приближениями.

В 1978—1981 гг. введен и исследован (В. С. Королюк, А. Ф. Турбин) специальный класс процессов марковского восстановления, описывающих суперпозицию важных классов полумарковских процессов. Рассмотрение таких процессов позволило провести анализ показателей надежности многих восстанавливаемых систем без ограниченного условия экспоненциальной распределенности времен безотказной работы элементов, образующих систему. В сочетании с результатами по «существенно многомерным процессам», предложенными И. Н. Коваленко, это ставит общую теорию надежности восстанавливаемых систем на прочную аналитическую базу.

6. Распределения в бесконечномерных пространствах. Исследования по теории вероятностных мер в бесконечномерных пространствах, проводимые сотрудниками Института математики АН УССР, восходят к работам Н. Н. Боголюбова и Н. М. Крылова. В цикле работ, выполненном в конце 30-х годов и посвященном теории меры в нелинейной механике, заложены основы эргодической теории в общих метрических пространствах. Существенное развитие теория вероятностных мер в бесконечномерных пространствах получила в работах А. В. Скорохода. Так, была развита теория квазиинвариантных мер в гильбертовых пространствах, в которой установлены наиболее общие условия абсолютной непрерывности мер при нелинейных преобразованиях и приведен вид плотностей. Построена теория поверхностных интегралов и получена формула Грина в гильбертовом пространстве. Построена общая теория интегрирования в гильбертовых пространствах. Исследования А. В. Скорохода в области гауссовских мер получили широкое приложение в статистике случайных процессов.

В работах Г. Н. Сытой получена асимптотическая формула для гауссовской меры малой сферы в гильбертовом пространстве, которая в дальнейшем была использована рядом ученых при изучении свойств выборочных функций случайных процессов и в статистике случайных процессов. Установлена также асимптотическая эквивалентность гауссовских мер малых сфер при допустимых сдвигах в различных метриках. В работах В. В. Булдыгина изучены условия сходимости случайных элементов в линейных топологических пространствах и, в частности, развита теория бесконечных сверток вероятностных мер в таких пространствах.

7. Эволюционные случайные семейства. Изучение указанных семейств представляет собой новое направление в теории случайных процессов, заложенное работами сотрудников института в последние 20 лет. В 60-е годы А. В. Скороходом был предложен метод описания матричных некоммутационных случайных процессов с независимыми и мультипликативными приращениями с помощью соответствующих классических случайных процессов с независимыми аддитивными приращениями. Эти исследования в дальнейшем были развиты Г. П. Буцаном, который ввел общее понятие стохастической полугруппы как случайного двупараметрического семейства операторов, удовлетворяющих эволюционному соотношению, и описал важнейшие классы стохастически непрерывных мультипликативных полугрупп. В последующих работах А. В. Скорохода, Г. П. Буцана и Т. А. Скороход указанное направление получило дальнейшее развитие; в частности, были описаны полугруппы без условия стохастической непрерывности и исследована сходимость бесконечных произведений независимых случайных операторов.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Первые значительные результаты по функциональному анализу на Украине получили в 1935—1937 гг. Н. Н. Боголюбов и Н. М. Крылов. Они касались доказательства существования инвариантных мер у динамических систем и изучения совокупности таких мер. Эти результаты сыграли большую роль в развитии общей теории динамических систем и формировании новых геометрических подходов к решению определенных типов задач. В 30-е годы в области функционального анализа начал работать М. Г. Крейн, который внес фундаментальный вклад в его развитие и создал широко известную научную школу (работал в институте в 1940—1941 и 1944—1951 гг.). Под влиянием Н. Н. Боголюбова и М. Г. Крейна проблемами функционального анализа стали заниматься математики Киева, Харькова и других городов Украины.

В известной степени на развитие функционального анализа повлияло и то обстоятельство, что один из его основателей польский математик С. Банах после освобождения Львова вместе с несколькими своими сотрудниками и учениками в 1940—1941 гг. работал во Львовском филиале Института математики АН УССР. Украинский перевод его книги «Курс функціонального аналізу» (польское название «Теория операций»), изданный в Киеве по инициативе Н. Н. Боголюбова в 1948 г., явился первым учебным пособием по этой дисциплине в нашей стране. В течение ряда лет в институте работали и другие видные специалисты по функциональному анализу и его приложениям (М. А. Красносельский, 1947—1952 гг.; С. Г. Крейн, 1940—1951 гг.; О. С. Парасюк, 1952—1966 гг.; Г. Е. Шилов, 1951—1954 гг.).

1. Геометрия нормированных пространств и операторы в таких пространствах. В функциональном анализе и его применениях важную роль играют банаховы пространства с заданным фиксированным конусом векторов. Это понятие ввел М. Г. Крейн; вместе с С. Г. Крейном он изучил пространства с конусом и пространства, сопряженные с ними (1937—1943 гг.). Для оператора, действующего в банаховом пространстве с конусом, оставляющего конус инвариантным, М. Г. Крейну и М. А. Рутману (Одесса) удалось получить (1938—1948 гг.) ряд результатов, касающихся существования собственных векторов этого оператора и сопряженного с ним и обобщающих соответствующие факты о собственных векторах матриц с неотрицательными элементами. Они тесно связаны с довоенными исследованиями М. Г. Крейна, В. Л. Шмульяна (Одесса) и других ученых, относящимися к выпуклым множествам и слабым топологиям в банаховых пространствах. Здесь в первую очередь следует отметить известную теорему Крейна—Мильмана о крайних точках ограниченного регулярно выпуклого множества в пространстве, сопряженном с банаховым. Эта теорема примыкает к описанным результатам Н. Н. Боголюбова и Н. М. Крылова, имеет важные применения и легла в основу многих дальнейших открытий.

2. Общая теория эрмитовых и самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Операторы этого типа обобщают понятие эрмитовой матрицы и играют исключительно важную роль в математической физике. М. Г. Крейном описаны (1944—1948 гг.) все полуограниченные самосопряженные расширения полуограниченного эрмитова оператора, нижняя грань которого не меньше, чем у исходного, а также дано конструктивное описание обобщенных резольвент эрмитова оператора с равными конечными дефектными числами. Им же рассмотрен важный класс так называемых целых операторов. Сюда, в частности, входят операторы, фигурирующие в таких классических задачах, как степенная проблема моментов и проблема продолжения положительно определенных функций (неопределенные случаи), проблема Неванлинны—Пика и др. На целые операторы удалось перенести многие конструкции, свойственные проблеме моментов, и благодаря этому дать единый операторный подход к решению перечисленных выше задач и их операторных обобщений. При построении теории целых операторов М. Г. Крейном были использованы как чисто операторные методы, так и методы теории аналитических функций. Их соединение привело не только к возникновению нового направления в теории операторов, но и к постановке и решению новых оригинальных задач в теории аналитических функций.

Указанные результаты по теории расширений относились к эрмитовым операторам с плотной областью определения. М. А. Красносельский изучил (1947 г.) расширения неплотно заданных эрмитовых операторов. Он установил, что каждый такой оператор допускает эрмитовы расширения с плотной областью определения, и выяснил, когда среди таких расширений существуют максимальные. К этому же времени относится важная теорема об инвариантности дефектных чисел произвольного оператора, установленная М. Г. Крейном и М. А. Красносельским.

Построение разложений по собственным функциям самосопряженных операторов на основании общей спектральной теоремы всегда вызывало трудности, которые в каждом конкретном случае так или иначе преодолевались. Первый общий подход к этому вопросу (так называемый метод направляющих функционалов) разработал в 1946 г. М. Г. Крейн для операторов с конечнократным спектром. Таким образом, появилась возможность получить единообразно разложения по собственным функциям самосопряженных обыкновенных дифференциальных операторов произвольного порядка. В 1956 г. Ю. М. Березанский на основании идеи работы И. М. Гельфанда и А. Г. Костюченко (Москва, 1955 г.) развил общий подход к теории разложений для самосопряженных операторов, действующих в функциональных гильбертовых пространствах, который позволил строить разложения по собственным функциям дифференциальных операторов с частными производными вплоть до границы области, изучить характер роста собственных функций, рассмотреть ряд других операторов математической физики и т. п. В течение ближайших нескольких лет этот подход был распространен Г. И. Канем и Ю. М. Березанским на абстрактные гильбертовы пространства, вследствие чего теория разложений по обобщенным собственным векторам произвольного самосопряженного оператора приобрела весьма законченный вид. В дальнейшем эти результаты были обобщены Ю. М. Березанским на произвольные семейства коммутирующих нормальных операторов (теперь спектральные интегралы пишутся в виде континуальных интегралов по пространству собственных значений, отвечающих совместным обобщенным собственным векторам семейства). Следствием этого явилось получение им же в 1977—1984 гг. широких обобщений спектральных представлений для семейств коммутирующих операторов, связанных соотношениями (теоремы типа Стоуна, С. Надя-Хилле и др.). Подобные вопросы спектральной теории семейств самосопряженных операторов, не коммутирующих, а связанных определенными перестановочными соотношениями (например, антикоммутирующих, образующих некоторую алгебру Ли и т. п.), рассмотрены Ю. С. Самойленко. Здесь также удалось в ряде случаев получить спектральные представления.

Другой цикл исследований, относящихся к общей теории операторов, составляет обобщение теории рассеяния на тот случай, когда исходный оператор возмущается таким образом, что полученное выражение нельзя интерпретировать как оператор (например, возмущение потенциалом, являющимся δ-функцией). Такая ситуация постоянно возникает, в частности, в квантовой теории поля, при этом, как правило, возмущенное выражение можно рассматривать как билинейный функционал. В. Д. Кошманенко развита (1974—1984 гг.) общая теория рассеяния в терминах билинейных функционалов, объясняющая ряд закономерностей, наблюдаемых при специальных построениях теории рассеяния в конкретных случаях такого рода. Попутно установлена связь между незамыкаемыми (сингулярными) билинейными формами и расширениями эрмитовых операторов. Получены условия, достаточные для того, чтобы возмущение самосопряженного оператора сингулярной билинейной формой порождало новый самосопряженный оператор в том же или более широком пространстве.

Многие задачи анализа и теории дифференциальных уравнений также не всегда можно записать в операторной форме — зато их можно записать, и это даже более естественно, с помощью линейного (бинарного) отношения — обобщения линейного оператора. В последнее время развитию теории таких отношений уделяется много внимания как у нас, так и за рубежом. М. Л. Горбачуком и его учениками описаны все максимальные диссипативные линейные отношения в гильбертовом пространстве, которые содержат в себе самосопряженные бинарные отношения, описанные ранее Ф. С. Рофе-Бекетовым (Харьков). Это описание послужило отправным пунктом для построения А. Н. Кочубеем и В. А. Михайлецом теории расширений эрмитовых и других классов операторов в терминах абстрактных граничных условий, приспособленной к теории граничных задач для дифференциальных уравнений.

3. Несамосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. Многие задачи, встречающиеся в теории дифференциальных уравнений и механике, приводят к необходимости установления n-кратной полноты корневых векторов операторнозначных функций $f(\lambda)$, аналитически зависящих от спектрального параметра λ. Первые основополагающие результаты в этом направлении были получены М. В. Келдышем (Москва) в 1951 г. и относились к тому случаю, когда $f(\lambda)$ — операторнозначный полином от λ (так называемый пучок Келдыша); они давали возможность использовать метод разделения переменных при решении задачи Коши для операторно-дифференциальных уравнений. Дальнейшее развитие эти результаты получили в работах М. Г. Крейна и его учеников, в которых детально изучены вопросы полноты и базисности части корневых векторов квадратичных пучков самосопряженных операторов, благодаря чему разделение переменных стало применимым и при решении некоторого класса граничных задач для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка на полуоси.

Исследования М. В. Келдыша и М. Г. Крейна были продолжены в 1974—1984 гг. Г. В. Радзиевским, который ввел понятие производной цепочки для оператор-функции $f(\lambda)$, установил общие признаки ее полноты и базисности в случае полиномиального пучка. Это открыло возможность для применения метода разделения переменных при решении более общих краевых задач для уравнений произвольного порядка. Г. В. Радзиевский доказал n-кратную полноту с точностью до конечномерного подпространства корневых векторов пучка Келдыша, возмущенного аналитической вне круга оператор-функцией. Для полиномиальных пучков он также получил новые признаки кратной полноты как всех, так и части корневых векторов, исследовал вопросы их базисности и минимальности.

В Институте математики АН УССР изучались и некоторые другие вопросы, касающиеся общих несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве, например: построение операционного исчисления для неаналитических классов функций от несамосопряженных операторов со спектром, расположенным на вещественной оси, и определенным поведением резольвенты — эти классы определяются порядком роста последней при приближении к спектру (Ю. М. Березанский, В. И. Горбачук); нахождение условий полноты и базисности системы собственных и присоединенных векторов различных несамосопряженных задач как для дифференциальных уравнений эллиптического типа, так и для операторно-дифференциальных уравнений (В. А. Михайлец, М. Л. Горбачук).

4. Теория непрерывных групп и нормированные алгебры. В Институте математики АН УССР получены существенные результаты по гармоническому анализу на группах. Так, в 1941 г. М. Г. Крейн доказал теорему Планшереля для коммутативной локально компактной группы, в 1940—1950 гг. исследовал положительно определенные ядра, заданные на группе или на многообразии, где группа действует, и дал их интегральные представления через элементарные ядра. В 1949 г. он изучил двойственный объект к компактной некоммутативной группе (в коммутативном случае этот объект превращается в группу характеров). В. М. Глушков, работавший в институте в 1956—1957 гг., рассмотрел непрерывные группы в более алгебраическом аспекте и получил ряд важных результатов, касающихся пятой проблемы Гильберта относительно структуры некоммутативных локально компактных групп.

К этим вопросам примыкает построение Ю. М. Березанским и С. Г. Крейном в 1950—1957 гг. общей теории коммутативных гиперкомплексных систем с локально компактным базисом, обобщающих понятие группового кольца группы. На такие системы им удалось перенести ряд фактов гармонического анализа. В последние годы Ю. М. Березанский вместе с А. А. Калюжным и Л. И. Вайнерманом возвратился к этой тематике в связи с возобновлением интереса к подобным построениям в особенности за рубежом. В институте изучались и другие вопросы, связанные этой теорией: строился некоммутативный гармонический анализ в кольцевых группах (В. Г. Палюткин), введенных Г. И. Кацем в результате развития указанных выше исследований М. Г. Крейна двойственных объектов как естественного обобщения локально компактных групп; исследовались представления бесконечномерных групп, групп и алгебр токов (Ю. С. Самойленко) и т. п.

Упомянутые результаты тесно связаны с общей теорией топологических, в частности нормированных, алгебр. Так, Г. Е. Шилов в 1953 г. решил одну из проблем теории нормированных алгебр первостепенного значения — доказал, что алгебра с несвязным множеством максимальных идеалов разлагается в прямую сумму идеалов. В 1951—1952 гг. он дал также общую конструкцию для построения важного класса однородных алгебр функций на коммутативной группе из примарных алгебр и детально изучил некоторые примеры групп.

5. Спектральная теория дифференциальных операторов. В 1946—1950 гг. М. Г. Крейн методом направляющих функционалов получил общие теоремы о разложении по собственным функциям самосопряженных обыкновенных дифференциальных операторов, а в 1956—1965 гг. Ю. М. Березанский при помощи развитой им теории разложений доказал подобные теоремы в случае частных производных, причем для эллиптических операторов — вплоть до границы области.

М. Г. Крейн на основании построенной им теории расширений операторов дал (1947 г.) полное описание в терминах граничных условий всех самосопряженных расширений минимального обыкновенного дифференциального оператора и изучил структуру их спектра. В 1950 г. он перенес на операторы Штурма—Лиувилля на полуоси результаты Неванлинны относительно описания всех спектральных функций в теории якобиевых матриц и проблеме моментов, использовав при этом общие идеи теории целых операторов.

Ю. М. Березанский начиная с 1965 г. разработал некоторые приемы доказательства самосопряженности операторов и с их помощью получил ряд условий самосопряженности для эллиптических операторов. В последние годы он вместе со своими учениками Г. Ф. Усом, Ю. Г. Кондратьевым и В. Г. Самойленко развил спектральную теорию эллиптических операторов с бесконечным числом переменных, моделирующих гамильтонианы квантовой теории поля, и на них перенес многие из упомянутых выше результатов. К этому же направлению относятся исследование Л. П. Нижником спектральных свойств неэллиптических операторов с частными производными (самосопряженность, характер спектра и т. п.) и оценки Ю. М. Березанского, Г. И. Каца, А. Г. Костюченко и Ю. Б. Орочко роста на бесконечности собственных функций оператора Шредингера.

Начало систематическому изучению дифференциальных уравнений в банаховом пространстве с ограниченными операторными коэффициентами было положено в 1947—1948 гг. М. Г. Крейном. Основное внимание при этом уделялось вопросам устойчивости. В 1950—1951 гг. на такие уравнения были перенесены (Ю. Л. Далецкий, С. Г. Крейн) асимптотические методы интегрирования, восходящие в своих истоках к работам Н. Н. Боголюбова и Н. М. Крылова. В дальнейшем они были развиты Ю. Л. Далецким и для уравнений с неограниченными операторами. В 1949 г. Н. Н. Боголюбов совместно с Б. И. Хацетом свел математическое описание равновесного состояния бесконечных систем классической статистической механики к задаче о разрешимости операторного уравнения в банаховом пространстве (пространстве функций распределения), которая в 1969 г. была решена ими и Д. Я. Петриной для случая малых плотностей. Эволюция же неравновесной системы описывается дифференциальным уравнением в банаховом пространстве с неограниченным оператором (цепочка Боголюбова). Д. Я. Петрина вместе с учениками детально исследовал задачу Коши для этого уравнения в различных функциональных пространствах.

С 1968 г. в Институте математики АН УССР развивается спектральная теория граничных задач для дифференциальных уравнений, коэффициентами которых служат также неограниченные операторы в гильбертовом пространстве. Наличие же неограниченных операторов в коэффициентах позволяет включить в рассмотрение самые разные классы уравнений с частными производными и взглянуть с единой точки зрения как на обыкновенные

На семинаре по математическому анализу.

дифференциальные операторы, так и на операторы с частными производными.

В 1970 г. М. Л. Горбачуком были описаны в терминах граничных условий все самосопряженные расширения минимального оператора, порожденного выражением Штурма—Лиувилля с потенциалом, принимающим значения в множестве самосопряженных операторов. Вместе с В. И. Горбачук он в 1968—1974 гг. выяснил структуру спектра граничных задач, соответствующих этим расширениям, а в гиперболическом случае получил разложение по собственным функциям, подобное разложение Г. Вейля для обычного уравнения Штурма—Лиувилля. М. Л. Горбачуком и его учениками исследованы и другие типы граничных задач (диссипативные, секториальные, разрешимые и т. п.). Резольвентной сравнимости различных граничных задач на полуоси, имеющей прямое отношение к задачам рассеяния, посвящено несколько работ В. А. Кутового. Установлением критериев самосопряженности минимального оператора занимались Ю. Б. Орочко и М. Л. Горбачук.

В 1975—1983 гг. В. И. Горбачук и М. Л. Горбачуком была построена теория граничных значений решений операторно-дифференциальных уравнений эллиптического и параболического типов, содержащая, в частности, теорию граничных значений аналитических функций. С помощью этой теории удалось найти максимальные классы начальных или краевых данных, естественных для корректной постановки задачи Коши или Дирихле.

В институте был решен также ряд других вопросов спектральной теории дифференциальных операторов. Так, В. И. Горбачук и В. А. Михайлецом рассмотрены самосопряженные операторы L, порожденные общим эллиптическим дифференциальным выражением $\mathcal{L}$ порядка $2m$ в ограниченной подобласти $\mathbb{R}^N$ и произвольными граничными условиями. Исследована связь между этими условиями и спектром оператора. Получены критерии дискретности спектра, справедливости для L предписанных $\mathcal{L}$ асимптотических формул, характеризующих распределение спектра. Граничные задачи для выражения $\mathcal{L}$ со спектральным параметром, линейно входящим в граничные условия, рассматривались В. В. Барковским. Были затронуты вопросы разложения по собственным функциям появляющихся здесь операторов, даны условия их самосопряженности, изучена соответствующая задача рассеяния. Для случая, когда спектральный параметр входит в граничные условия достаточно общим образом, В. Г. Палюткиным развит аналитический подход к получению асимптотических формул, характеризующих распределение собственных значений граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений на полуоси.

Здесь мы коснулись лишь прямой задачи спектрального анализа, обратная же задача будет рассмотрена в п. 7.

6. Проблема моментов, положительно определенные функции и спектральная теория разностных уравнений. Классическая проблема моментов была одной из тех задач, решение которой привело к становлению целых направлений в функциональном анализе. На возникновение таких направлений особенно повлияли публикации М. Г. Крейна, Н. И. Ахиезера (Харьков) и М. Ф. Кравчука, работавшего в институте в 1934—1938 гг. Наряду с упоминавшимися в п. 2 результатами отметим следующие исследования, связанные с этой проблемой.

В 1940—1951 гг. М. Г. Крейн доказал теорему о возможности продолжения положительно определенной функции с интервала на всю ось, описал все такие продолжения и построил общую теорию интегральных представлений положительно определенных ядер через собственные функции обыкновенных дифференциальных операторов, частными следствиями которой явились известные теоремы С. Бохнера об интегральном представлении положительно определенной функции, С. Н. Бернштейна о представлении экспоненциально выпуклой функции и др. Аналогичные вопросы для эрмитово-индефинитных ядер с конечным числом отрицательных квадратов рассмотрела В. И. Горбачук. Ю. М. Березанский в 1956—1965 гг. развил теорию представлений положительно определенных ядер, зависящих от многих переменных, через собственные функции уравнений с частными производными, а в 1967—1972 гг. распространил ее и на случай бесконечного числа переменных (обобщив, например, теорему Минлоса—Сазонова на слой гильбертова пространства).

Известно, что проблему моментов можно интерпретировать как теорию якобиевых матриц, т. е. как спектральную теорию разностных уравнений второго порядка на полуоси. В связи с этим М. Г. Крейн в 1949 г. подобную теорию построил для обыкновенных разностных уравнений высокого порядка, а Ю. М. Березанский в 1953—1955 гг.— для уравнений с частными разностями. В дальнейшем Ю. М. Березанским и его учениками, в частности Ю. С. Самойленко и М. Л. Горбачуком, были рассмотрены различные операторные обобщения этих и близких теорий: бесконечномерная и некоммутативная проблемы моментов, теория операторнозначных положительно определенных ядер.

К рассмотренным исследованиям примыкают и исследования сходимости сингулярных интегралов методами функционального анализа С. Г. Крейна и Б. Я. Левита (Харьков) с сотрудниками, которым удалось получить завершающие результаты.

7. Обратные задачи. Под такими задачами понимают задачи определения уравнений (их коэффициентов) по некоторой информации об их решениях. Различают обратные задачи в спектральной постановке, когда исходной информацией является спектральная функция, совокупность спектров уравнений с различными граничными условиями (обратная задача по двум спектрам для уравнения Штурма—Лиувилля) или другая спектральная информация, и обратные задачи рассеяния — когда исходной информацией служат данные рассеяния, определяемые асимптотикой решений на бесконечности.

Хорошо известными стали нашедшие применение в физике результаты по обратным задачам в спектральной постановке для уравнения Штурма—Лиувилля и более общего уравнения струны. Различные варианты таких задач были решены разными методами в работах 1951—1960 гг. В. А. Марченко (Харьков), М. Г. Крейна, И. М. Гельфанда и Б. М. Левитана (Москва). При этом в подходе М. Г. Крейна использовался аппарат, развитый им в исследованиях по проблеме моментов, задаче продолжения положительно определенных функций и т. п.

Первым обратные задачи для уравнений с частными производными и частными разностями рассмотрел (1953—

1958 гг.) Ю. М. Березанский. В случае частных разностей он дал полное решение задачи в спектральной постановке; затем его учениками исследовались также обратные задачи рассеяния. Для уравнений в частных производных (для стационарного двух- и трехмерного уравнения Шредингера) им был указан ряд постановок обратной задачи. Показано, что потенциал однозначно восстанавливается заданием спектральной функции на сколь угодно малом куске границы. Аналогичный результат имеет место и во всем пространстве; здесь установлена также эквивалентность нескольких постановок обратных задач, включая обратные задачи рассеяния.

В 1960 г. Л. П. Нижник начал изучать прямые и обратные задачи нестационарного рассеяния. Им подробно исследованы такие обратные задачи для возмущенного уравнения струны на полуоси (1971 г.) и нестационарной системы уравнений Дирака (1970—1973 гг.). Доказано, что по оператору рассеяния однозначно восстанавливаются коэффициенты уравнений, даны эффективная процедура такого восстановления и полное описание операторов рассеяния. Позже Л. П. Нижник и его ученики Фам Лой Ву, В. Г. Тарасов и другие значительно расширили класс изученных многомерных обратных задач рассеяния (волновое уравнение на всей оси и в трехмерном пространстве, система двухскоростных волновых уравнений, уравнение переноса, конечная и континуальная системы гиперболических уравнений и др.). Ими были даны применения к интегрированию нелинейных уравнений.

8. Обобщенные функции и их применение к задачам для уравнений с частными производными. Известно, какую огромную роль в математике последних десятилетий сыграла теория обобщенных функций — раздел функционального анализа, возникший благодаря работам С. Л. Соболева (Новосибирск) и Л. Шварца (Франция). Институтом математики АН УССР также внесен заметный вклад в этом направлении. Здесь нельзя не упомянуть цикла замечательных работ 1950—1960 гг. Я. Б. Лопатинского (работал в институте в 1946—1963 гг.) по фундаментальным решениям и общей теории граничных задач для систем эллиптических дифференциальных уравнений, послуживших началом дальнейших исследований в этой области, в частности применения обобщенных функций (изученная им структура фундаментальной матрицы стала основой для доказательства того, что всякое обобщенное решение эллиптического уравнения является обычным и его гладкость определяется гладкостью коэффициентов).

В 50-х годах Г. Е. Шилов и И. М. Гельфанд (Москва) ввели новые пространства основных и обобщенных функций и, используя их, построили классы единственности и корректности решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами. Затем Н. Н. Чаусом эти классы были существенно уточнены (1964—1984 гг.), им были разработаны новые подходы к их нахождению для определенного класса систем с переменными коэффициентами, исследованы вопросы асимптотической единственности, даны применения к интегральным представлениям положительно определенных ядер и т. п. Единственность решений задачи Коши и асимптотическая единственность для других видов уравнений изучалась В. Г. Палюткиным.

Широкое распространение в теории граничных задач для дифференциальных уравнений получили пространства с позитивной и негативной нормой. Конструкция построения таких пространств в конкретной ситуации (соболевские пространства) принадлежит Ж. Лере и П. Лаксу (Франция, США, 1952—1957 гг.), хотя первым, имеющим непосредственное отношение к этому вопросу, следует назвать результат (1947 г.) М. Г. Крейна относительно вполне непрерывных операторов в пространствах с двумя нормами. В абстрактном виде пространства с позитивной и негативной нормой были введены и исследованы Ю. М. Березанским и Г. И. Кацем в 1958—1963 гг. Одним из частных следствий этого исследования явился доказанный Ю. М. Березанским простой и естественный вариант теоремы Л. Шварца о ядре. Применение этих пространств позволило также обнаружить ряд интересных фактов, касающихся разрешимости различных граничных задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Так, Ю. М. Березанский в 1959—1963 гг. установил слабую разрешимость и единственность сильного решения задачи Трикоми и более общих граничных задач для уравнений второго порядка смешанного типа, а для произвольных уравнений с постоянными коэффициентами исследовал задачу Дирихле, а именно показал, что для каждого такого уравнения существуют области, в которых эта задача имеет слабое решение, а сильное решение единственно; эта разрешимость устойчива относительно малых возмущений границы. Чуть позже Н. Г. Сорокина доказала совпадение сильного и слабого решений задачи Трикоми для уравнения Чаплыгина и ее фредгольмовость, а В. П. Диденко разработал некоторые приемы доказательства энергетических неравенств в негативных нормах для подобных задач.

В 1963—1966 гг. Ю. М. Березанский, С. Г. Крейн и Я. А. Ройтберг (Чернигов) получили теоремы о решении краевых задач для эллиптических уравнений с правыми частями в уравнении и граничных условиях, которые являются обобщенными функциями («теоремы об изоморфизмах»). Эти результаты были применены для доказательства теорем о гладкости вплоть до границы обобщенных решений эллиптических уравнений, в спектральной теории, к исследованию функции Грина и т. п. В последние годы Ю. М. Березанский со своими учениками Ю. С. Самойленко и Ю. Г. Кондратьевым развил теорию обобщенных функций бесконечного числа переменных, нашедшую применение в соответствующих вопросах спектральной теории и квантовой теории поля, а М. Л. Горбачук с учениками — теорию обобщенных функций, строящихся по достаточно общему оператору вместо оператора дифференцирования, играющую существенную роль в спектральной теории операторно-дифференциальных уравнений.

Интегральные уравнения в классе обобщенных функций изучил (1957 г.) в нескольких работах О. С. Парасюк.

9. Применение обобщенных функций в задачах квантовой теории поля. Оказалось, что известная теория перенормировок, играющая столь важную роль в теории поля и теории элементарных частиц, требует для своего обоснования привлечения методов функционального анализа, в частности теории обобщенных функций. Первоначально возникла задача регуляризации матриц рассеяния в квантовой электродинамике в любом порядке теории возмущений. Н. Н. Боголюбов впервые заметил (1953 г.), что проблема сводится к правильному определению понятия произведения специальных обобщенных функций — так называемых каузальных пропагаторов, и предложил использовать для этой цели теорему Хана—Банаха о продолжении функционалов. Таким образом, он пришел к открытию новой формы вычитательной процедуры, получившей название R-операции Боголюбова.

В 1955—1960 гг. в совместных работах Н. Н. Боголюбова и О. С. Парасюка были изучены комбинаторные и аналитические свойства этой операции и доказана фундаментальная теорема о возможности регуляризации матрицы рассеяния в любом порядке теории возмущений. Эти результаты приобрели особое значение в последние годы в связи с тем, что они нашли применение при построении единой теории электромагнитных и слабых взаимодействий, а также при ренормализации калибровочных и суперсимметрических теорий.

К этому разделу примыкают и некоторые другие исследования, выполненные в институте, в частности изучение суммируемости рядов и аналитических свойств амплитуд рассеяния теории возмущений и доказательство существования нетривиальной матрицы рассеяния (Д. Я. Петрина);

исследование на самосопряженность полевых операторов и интегральное представление функций Вайтмана, определяющих аксиоматическую теорию поля (Ю. М. Березанский, В. П. Гачок, Ю. С. Самойленко); построение теории рассеяния Хаага—Рюэля в терминах билинейных функционалов, теории рассеяния на языке функций Швингера (В. Д. Кошманенко).

10. Нелинейный функциональный анализ. В 1950—1952 гг. М. А. Красносельский получил существенные результаты по операторным уравнениям с нелинейными операторами. Он разработал новые топологические методы и с их помощью изучил новые классы нелинейных интегральных уравнений.

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ

По исследованиям в области теории функций советские математики занимали и занимают ведущее место в мировой науке. Фундамент для этих исследований в нашей стране был заложен еще в трудах П. Л. Чебышева, А. А. Маркова, Д. Ф. Егорова и др. После революции их возглавили известные во всем мире ученые — Н. Н. Лузин, С. Н. Бернштейн, А. Н. Колмогоров, М. А. Лаврентьев, С. М. Никольский, М. В. Келдыш и др.

Основной научный потенциал института в области теории функций сосредоточен на трех направлениях: теории приближений, геометрической теории функций, аппроксимационных методах в других разделах математики. По указанным направлениям получены фундаментальные результаты и имеются четкие пути их дальнейшего развития.

На исследования по теории приближений на Украине и, в частности, в институте очень большое влияние оказали идеи и работы С. М. Никольского. В послевоенное время наиболее важные результаты в этой области получены в научных школах, созданных его учениками — В. К. Дзядыком и Н. П. Корнейчуком. Геометрическая теория функций начала развиваться в институте под влиянием М. А. Лаврентьева. В последние двадцать лет эффективно развивается синтез чебышевской теории аппроксимации с аналитическими методами решения дифференциальных уравнений.

1. Теория приближений. В начале 30-х годов Е. Я. Ремез разработал и теоретически обосновал численный алгоритм, позволяющий для любой непрерывной функции эффективно строить со сколь угодно большой точностью полиномы ее наилучшего чебышевского приближения. Этот алгоритм известен в литературе как алгоритм Ремеза и используется в практике в нашей стране и за рубежом. Впоследствии был построен алгоритм для рационального приближения непрерывных функций на конечном отрезке.

В результате исследований, проведенных в 1947—1958 гг. С. М. Никольским, В. К. Дзядыком и их учениками, установлена (в отличных от периодического случая терминах) конструктивная характеристика непериодических функций, столь же завершенная, как и конструктивная характеристика периодических функций, установленная Д. Джексоном, С. Н. Бернштейном, Ш.-Ж. Валле-Пуссеном, А. Зигмундом и др. В. К. Дзядыком в 60—70-х гг. получена конструктивная характеристика функций на широком классе множеств комплексной плоскости. Следует отметить, что благодаря этим результатам выяснилась, в частности, природа конструктивных характеристик в периодическом и непериодическом случаях.

С целью получения прямых теорем В. К. Дзядыком разработаны операции обобщенного поворота и обобщенного растяжения. Им построена свертка двух функций на произвольных замкнутых спрямляемых жордановых кривых, а также важные многочленные ядра с мероморфными коэффициентами, которые очень хорошо аппроксимируют ядро Коши на широком классе континуумов. Для кусочно-гладких множеств с некоторыми ограничениями получены обратные теоремы полиномиального приближения функций комплексного переменного и для этого в терминах расстояния от граничных точек до линии уровня установлены оценки производной от многочлена.

Значительное развитие в институте получили исследования по экстремальным задачам теории приближений. Речь идет об отыскании верхних граней погрешностей на классах функций, а также о построении для данного класса функций наилучшего (в том или ином смысле) аппарата приближения. Из результатов по этой проблематике отметим следующие.

Н. П. Корнейчук разработал эффективный метод решения экстремальных задач наилучшего приближения, базирующийся на теоремах двойственности и использовании аппарата перестановок. Этот метод позволил, в частности, найти точные верхние грани наилучших приближений полиномами и сплайнами на классах функций, задаваемых с помощью модуля непрерывности. Найдены точные константы в неравенствах типа Джексона для приближения полиномами и сплайнами в равномерной и интегральной метриках, вычислены поперечники (как колмогоровские, так и линейные) классов непрерывных и дифференцируемых функций в пространствах C и L_p.

Рассмотрены задачи оптимального восстановления функций и линейных функционалов по дискретной информации и установлено, что аппарат интерполяционных сплайнов позволяет в ряде важных случаев с наименьшей погрешностью восстановить функцию (а иногда и ее производную) по значениям в отдельных точках (Н. П. Корнейчук). Получен ряд окончательных результатов в задачах интерполирования сплайнами кривых и поверхностей (Н. А. Назаренко).

В. К. Дзядык установил, что если $(A)_c$ — класс абсолютно монотонных (на $-\infty, c$) и суммируемых на $(c - 2\pi, c)$ функций, то при любых $\varphi(x) \in (A)_{2\pi}$ и $\varphi_2(-x) \in (A)_0$ всякое трансцендентное уравнение вида $\varphi_1(x) +$

$+\varphi_2(x) - \sum_{j=0}^{n} (a_j \cos jx + b_j \sin jx) = 0$ имеет на $[0,2\pi]$ не более, чем $2n+2$ нуля.

Найдены значения наилучших в среднем приближений функции $\varphi_1(x)+\varphi_2(x)$ и ее периодических интегралов любого натурального порядка, а также значения наилучших в среднем приближений абсолютно монотонной и суммируемой на $[0,2\pi]$ функции. В частности, полностью решена известная задача Фавара (и ее обобщения) о точных верхних гранях наилучших приближений и соответствующих наилучших линейных методах на классах функций с ограниченной дробной производной.

Усилена классическая теорема Чебышева—Маркова о многочлене, наименее уклоняющемся от нуля при весе многочленного характера (В. К. Дзядык).

В конце 60-х годов Н. П. Корнейчуком, В. К. Дзядыком и А. И. Степанцом был разработан метод для нахождения асимптотических равенств для верхних граней уклонений полиномов $U_n(f; x; \Lambda)$, порождаемых Λ-методами суммирования рядов Фурье на классах $W^r H_\omega$, в результате чего были найдены такие равенства для ряда линейных процессов суммирования, и в том числе для классических процессов Рогозинского, Рисса, Бернштейна и др. Позже этот метод был распространен А. И. Степанцом на многомерный случай. Это позволило получить асимптотические равенства для уклонений многомерных прямоугольных сумм Фурье на классах H_ω^N, а также решить подобную задачу в случае кратных сферических сумм Рисса.

В 1983 г. А. И. Степанцом был предложен новый подход к определению классов периодических функций, в основу которого положено разбиение функций на классы в зависимости от скорости убывания к нулю их коэффициентов Фурье. Введенные таким образом классы $L^\psi_\beta \mathfrak{N}$ при фиксированных значениях их параметров совпадают с хорошо известными классами функций. Такой подход позволил

Молодые ученые института.

классифицировать широкое множество периодических функций, включая бесконечно дифференцируемые, аналитические и целые функции. Разработана основа теории приближения функций этих классов. В частности, найдена точная асимптотика уклонений сумм Фурье на классах $C^{\psi}_{\beta,\infty}$ и $C^{\psi}_{\beta} H_{\omega}$; получены интегральные представления для соответствующих уклонений $f(\cdot) - U_n(f; \cdot; \lambda)$; доказаны прямые и обратные теоремы приближения на классах $L^{\psi}_{\beta,p} L^{\psi}_{\beta} H_{\omega_p}$, прямые теоремы для классов $C^{\psi}_{\beta,\infty}$ и $C^{\psi}_{\beta} H_{\omega}$ и найдены точные по порядку оценки поперечников по Колмогорову и Александрову.

На произвольном множестве прямой дано конструктивное описание следов функций, гладкость которых (или их производных) характеризуется модулем непрерывности натурального порядка (В. К. Дзядык, И. А. Шевчук). Для таких же классов в многомерном случае получен аналог теоремы Уитни о продолжении (В. Н. Коновалов).

Разработаны новые эффективные методы построения целых функций с заданными асимптотическими свойствами, что в дальнейшем нашло применение в теории представляющих систем (Ю. И. Мельник).

Найдены необходимые и достаточные условия сходимости многомерных сингулярных интегралов в точках Лебега суммируемых функций. Получены точные оценки скорости сходимости рядов Фурье непрерывных функций, выражающиеся через константы Лебега и значения модулей непрерывности в фиксированных точках (В. Т. Гаврилюк).

Получены асимптотические формулы для норм четных тригонометрических полиномов двух переменных (П. В. Задерей).

2. Геометрическая теория функций. Еще в 1935 г. М. А. Лаврентьев ввел (одновременно с Л. Альфорсом) одно из основных понятий современной математики — понятие квазиконформного отображения. Он установил, что для таких отображений сохраняется ряд свойств, которыми обладают конформные отображения, а в 1948 г. ввел следующее далеко идущее обобщение понятия квазиконформности.

Пусть задана система из двух уравнений (обобщающая систему Коши—Римана) вида

$$F_i(x, y, u, v, u_x, v_x, u_y, v_y) = 0, \ i = 1, 2. \qquad (1)$$

Тогда гомеоморфное отображение $u=u(x, y)$, $v=v(x, y)$ области $D \in \mathbb{R}^2$ на область $\Delta \in \mathbb{R}^2$ называется квазиконформным, если функции $u(x, y)$ и $v(x, y)$ удовлетворяют системе (1). Установлено, что при некотором естественном ограничении на функции F_i (так называемое условие эллиптичности) имеет место целый ряд самых важных фактов, присущих теории конформных отображений: теорема существования (аналог теоремы Римана), обобщение принципа Шварца—Линделефа, принцип максимума и др.

П. Ф. Фильчаковым получены важные результаты по эффективному приближенному построению функции Римана, осуществляющей конформное отображение односвязной области на круг, и, в частности, ряд результатов по определению констант в интегралах Кристоффеля—Шварца.

Начиная с 60-х годов в институте ведутся работы, связанные с изучением топологических свойств функций и отображений.

Существенное развитие Ю. Ю. Трохимчуком теории множеств моногенности комплексных функций позволило получить новые критерии голоморфности. Им найден также новый подход к задаче об устранимости особенностей аналитических функций.

Для комплексных пространств исследованы многомерные аналоги производных операторов и доказан ряд теорем о характеризации голоморфных отображений в терминах локальных геометрических характеристик. Исследована в многомерном случае структура множества моногенности непрерывного отображения (А. В. Бондарь). На основании теории многозначных отображений выяснено строение линейно выпуклых компактов в комплексном пространстве, что дает возможность находить простые представления голоморфных функций (Ю. Б. Зелинский).

В. В. Шарко найдены необходимые и достаточные условия изотопности точных функций Морса на односвязных многообразиях и создан аппарат для построения минимальных функций Морса на неодносвязных многообразиях. С помощью теории Морса им получен ряд качественных результатов (оценки числа решений) о гамильтоновых системах на многообразиях.

Получена простая геометрическая характеристика аналитических и сопряженных к ним функций и введено понятие к-ужей (В. К. Дзядык). Разработаны геометрические методы решения экстремальных задач теории функций действительного переменного и теории аппроксимации, оказавшиеся эффективными, в частности, при отыскании точных верхних граней наилучших приближений и при вычислении поперечников классов функций (Н. П. Корнейчук). И. П. Митюком разработаны методы исследования, развивающие и уточняющие симметризационные методы Штейнера, Полиа—Сеге, Сеге—Маркуса.

П. М. Тамразов решил важную общую задачу о граничном поведении голоморфных функций. Установил локальную равновесность экстремальных метрик, сформулировал предельную задачу модуля семейств кривых и доказал единственность экстремальной метрики в этой задаче, изучил вопросы непрерывности модулей и единственности экстремальных отображений. Решил экстремальные задачи конформного отображения с многополюсными квадратичными дифференциалами, задачу о конформных искажениях, поставленную Дьюреном.

А. К. Бахтин доказал, что одновременные максимумы модулей двух коэффициентов в известной проблеме о коэффициентах однолистных функций могут достигаться только на функциях Кебе.

П. М. Тамразов решил экстремальную проблему А. А. Гончара о емкостях конденсаторов, для чего создал новый метод в теории потенциала. Н. В. Зорий изучила некоторый пространственный аналог этой задачи.

Обобщая указанные выше обратные теоремы В. К. Дзядыка, П. М. Тамразов совместно с Н. А. Лебедевым установили на произвольном ограниченном континууме оценки производных от полинома и контурные обратные теоремы полиномиального приближения функций. П. М. Тамразов и В. В. Бардзинский получили теоремы приближения нового типа — сильно локальные, решили задачу о локальной конструктивной характеристике функций.

П. М. Тамразов и И. А. Шевчук разработали метод исследования конечно-разностных свойств функций в комплексной плоскости.

В. Ф. Ковалев и И. П. Мельниченко заложили основы теории алгебр с голоморфными функциями, ассоциированными с важнейшими уравнениями в частных производных в многомерных пространствах.

3. Аппроксимационные методы в других разделах математики. В. К. Дзядыком осуществлен синтез результатов и методов Чебышева в теории аппроксимации с аналитическими методами решения дифференциальных уравнений. Им разработаны следующие три аппроксимационные метода приближенного решения дифференциальных и интегральных уравнений: I — метод применения аппроксимационных операторов к решению задачи Коши (ЗК) и интегральных уравнений; II — аппроксимационно-итеративный метод решения ЗК с аналитической правой частью и III — *А*-метод решения ЗК и краевой задачи для линейных уравнений с многочленными коэффициентами. Эти методы были обобщены на системы уравнений, основные задачи для уравнений в частных производных гиперболического и параболического типов, различные типы нелинейных интегральных уравнений, уравнения с запаздыванием. Эти методы строго обоснованы; получены эффективные очень точные априорные и апостериорные оценки допускаемой погрешности; метод III более точен и применим к значительно обширному классу задач, чем широко известный (теоретически не обоснованный) численный метод Ланцоша. Наряду с давно известными методами цепных дробей и Паде-аппроксимацией, при помощи метода III разработаны новые эффективные методы рациональной аппроксимации (на отрезке и в звезде Миттаг—Леффлера). Введена и исследована обобщенная проблема моментов (ОПМ). Полученные по ней результаты обобщают результаты П. Л. Чебышева по классической проблеме моментов. Отметим, что методы I и III позволили решить ряд важных экстремальных задач, а метод ОПМ — эффективно получать новые интегральные представления для различных гипергеометрических функций.

С. В. Переверзевым предложен адаптивный подход к задаче оптимизации численных методов решения интегральных уравнений. Им эффективно построены прямые и аппроксимационно-итеративные методы, дающие значительно более высокую точность приближения по сравнению с другими методами.

АЛГЕБРА

Исследования по алгебре и ее приложениям проводились в Институте математики АН УССР с первых лет его работы.

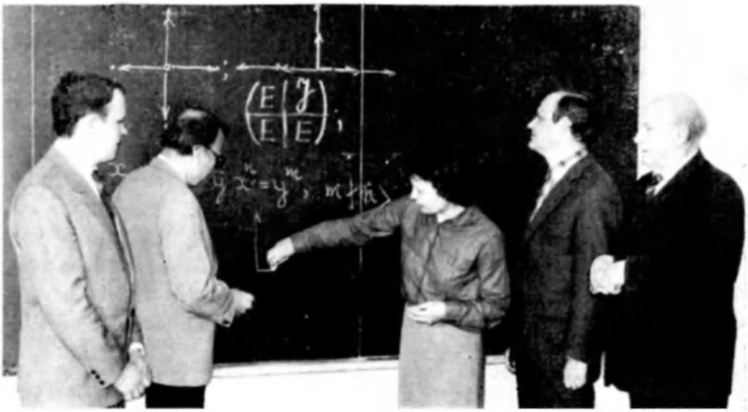
В 1934—1935 гг. М. Ф. Кравчук продолжал свои более ранние исследования систем перестановочных матриц, связанные с вопросом о приведении их к каноническому виду. Полученные им в этот период результаты позволили указать метод построения всех таких систем матриц.

Ряд алгебраических результатов, связанных с некоторыми задачами теории колебаний, был получен в 1935—1937 гг. М. Г. Крейном.

Во время работы в институте В. М. Глушковым был получен ряд существенных результатов о топологической и алгебраической структуре локально компактных групп, были исследованы их связи с группами Ли. Им, в частности, было изучено строение связных локально компактных групп, установлены теоремы общего характера о локальном строении произвольных локально компактных групп (1957—1959 гг.).

В настоящее время основными областями исследований по алгебре в институте являются теория групп и линейная алгебра.

1. Теория групп. Эта область алгебры в нашей стране берет начало в киевской алгебраической школе Д. А. Граве. Из нее вышел О. Ю. Шмидт — основатель советской теоретико-групповой школы. В работах О. Ю. Шмидта ярко выражена идея зависимости строения группы от свойств системы ее подгрупп. Эта идея реализовалась в направлении теории групп, задачей которого является выделение и изучение групп — объектов исследования с по-



В отделе алгебры.

мощью наложения на их подгруппы тех или иных требований (ограничений). Такой подход оказался весьма перспективным, о чем убедительно свидетельствуют результаты работ С. Н. Черникова, относящиеся к 40-м годам.

Впоследствии, начиная с 1965—1966 гг., С. Н. Черниковым развивалась идея изучения бесконечных групп с ограничениями для их бесконечных подгрупп. Им, в частности, были исследованы и конструктивно описаны бесконечные группы, все бесконечные абелевы подгруппы которых инвариантны (*III*-группы). В его же работах класс *III*-групп получил естественное расширение с помощью условия минимальности для неинвариантных абелевых подгрупп. При этом было установлено, что локально разрешимая группа, удовлетворяющая такому условию, имеет инвариантную абелеву подгруппу конечного индекса. Со свойствами системы бесконечных подгрупп связано так называемое слабое условие минимальности для подгрупп, изучавшееся Д. И. Зайцевым.

Существенное развитие в институте получили исследования, связанные с изучением групп, в которых задана система дополняемых подгрупп. Исследовались группы с дополняемыми инвариантными подгруппами и создана их теория (Д. И. Зайцев). Изучались группы с теми или иными системами дополняемых абелевых подгрупп и, в частности, группы, в которых дополняемы все инвариантные абелевы подгруппы; дано конструктивное описание конкретных типов таких групп (С. Н. Черников). Получено полное описание групп с системами дополняемых нециклических элементарных абелевых подгрупп (Я. П. Сысак). Найдена характеризация конечных сверхразрешимых групп с абелевыми примарными подгруппами с помощью некоторой системы дополняемых примарных циклических подгрупп (С. Н. Черников). Дано полное описание бесконечных локально конечных групп, в которых дополняемы все бесконечные абелевы подгруппы, и установлено, что из предложения о дополняемости всех бесконечных абелевых подгрупп бесконечной группы не следует локальная конечность последней (Н. С. Черников). Исследовались группы, в которых все или некоторые подгруппы дополняемы в том или ином обобщенном смысле (Д. И. Зайцев, Я. П. Сысак).

Результаты этих и других исследований отражены в монографии С. Н. Черникова «Группы с заданными свойствами систем подгрупп» (М.: Наука, 1980.— 384 с.).

В последние годы в институте проводились исследования групп, представимых в виде произведения попарно перестановочных подгрупп с заданными свойствами (факторизуемых этими подгруппами). Д. И. Зайцев изучал группы, разложимые в произведение двух абелевых подгрупп, а также разрешимые группы, разложимые в произведение полициклических подгрупп. Н. С. Черниковым исследовались локально ступенчатые группы, разложимые в произведение двух подгрупп, являющихся конечными расширениями абелевых групп с условием минимальности, а также разложимые в произведение двух локально конечных подгрупп конечных специальных рангов. Была установлена почти разрешимость групп, разложимых в произведение двух подгрупп, конечных над своими центрами, и изучены произвольные группы, разложимые в произведение конечного числа попарно перестановочных локально нормальных подгрупп, удовлетворяющих условию минимальности. Я. П. Сысак доказал существование бесконечной группы, разложимой в произведение двух подгрупп, примарных по одному и тому же простому числу.

2. Линейная алгебра. Приводимые ниже некоторые результаты исследований в этой области отражены в работах А. В. Ройтера, Л. А. Назаровой, В. М. Бондаренко.

Еще в 60-х годах в Институте математики АН УССР А. В. Ройтер и Л. А. Назарова начали исследования, относящиеся к области линейной алгебры, в направлении, которое можно было бы назвать «Модули и их представления». Выделим только один вопрос из их работ 1971—1973 гг. Если размерности неразложимых представлений конечномерной алгебры (над бесконечным полем K) не ограничены в совокупности, то можно ли утверждать, что существует бесконечно много таких размерностей, для каждой из которых имеется бесконечно много неразложимых представлений.

В указанных работах с помощью специальных матричных методов вопрос решен положительно при некотором ограничении относительного поля K. Матричные методы, использованные при решении вопроса, составили предмет изучения в дальнейших работах А. В. Ройтера и Л. А. Назаровой. Проведенные ими исследования, положившие вместе с работами московских и зарубежных математиков начало теории матричных задач — новому направлению в современной линейной алгебре, уже нашли свои применения в различных вопросах математики.

Решена матричная задача, эквивалентная задаче о четверках подпространств линейного конечномерного пространства, ставшая базовой для многих задач по изучению колчанов, частично упорядоченных множеств и структур, а также задача о «восьмерке», содержащая в себе все известные разрешимые матричные задачи, равносильная задаче о классификации модулей Хариш — Чандры для группы SL_2 $[R]$.

Дано описание алгебр конечного типа, квадрат радикала которых равен нулю. Установлены критерии разрешимости для задач о представлениях колчанов и частично упорядоченных множеств.

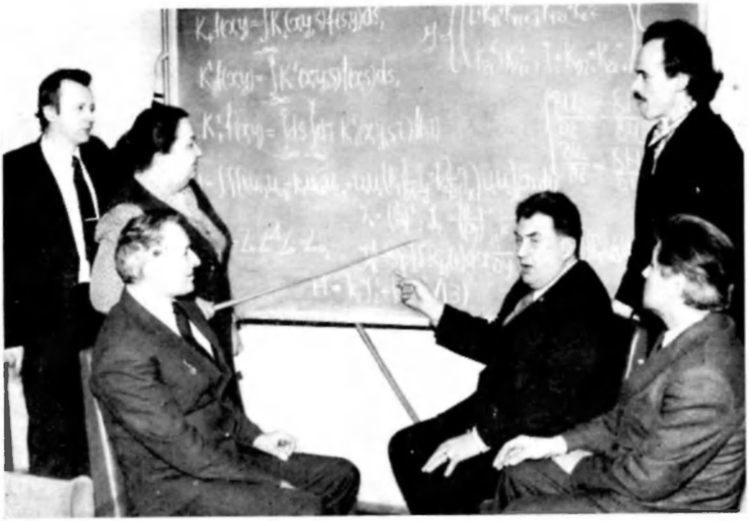
В заключение отметим развитое С. Н. Черниковым актуальное направление линейной алгебры — теорию линейных неравенств. Еще в начале 40-х годов он открыл принцип граничных решений, ставший одним из основных принципов теории линейных неравенств, и, пользуясь одним только принципом граничных решений, построил чисто алгебраическую теорию линейных неравенств. При этом в качестве основного поля в ней берется произвольное упорядоченное поле. Эта теория изложена в монографии С. Н. Черникова «Линейные неравенства» (М.: Наука, 1968.— 488 с.).

С. Н. Черников разработал методы для решения ряда задач, относящихся к конечным системам линейных неравенств, в частности для решения некоторых задач линейного программирования и задач, связанных с одним из подходов к распознаванию образов. Он выделил и изучил важный класс бесконечных систем линейных неравенств — полиэдрально замкнутые системы. Такие системы — эффективное средство при анализе вопросов приближения функций, выпуклого программирования и некоторых вопросов теории управления.

МЕХАНИКА

Достижения механики при решении прикладных задач определяются главным образом успехами в математике. Эта связь с математикой взаимно плодотворна — механика выдвигает проблемы, стимулируя развитие классических и создание новых разделов математики, а применение в механике нового математического аппарата приводит к решению конкретных задач и возникновению новых теорий, охватывающих все более широкий круг физических явлений. Ряд отделов института с момента его основания заняты разработкой математических проблем механики, созданием эффективных методов решения прикладных задач и внедрением их в инженерную практику. К наиболее важным направлениям в области математических проблем механики, находящихся в центре внимания ученых института, следует отнести следующие: развитие классических методов аналитической механики для исследования континуальных механических структур; разработка методологических основ математического моделирования механических систем, находящихся в условиях совместного воздействия полей различной физической природы; разработка и обоснование конструктивных методов решения задач математической физики, возникающих при математическом моделировании движения сложных механических систем и др. Особое место среди этих проблем занимают вопросы, связанные с разработкой методологических основ вычислительного эксперимента применительно к новым математическим моделям, не поддающимся анализу с помощью существующего математического аппарата.

Исследования по механике на Украине имеют давние традиции. У их истоков стояли выдающиеся отечественные ученые — М. В. Остроградский и А. М. Ляпунов, заложившие начала аналитической механики, динамики ограниченного объема жидкости и теории устойчивости движения. Развитие исследований по различным вопросам механики и ее приложений в Институте математики АН УССР связано с именами Д. А. Граве, Н. М. Крылова, Н. Н. Боголюбова, М. А. Лаврентьева, А. Ю. Ишлинского, Ю. А. Митропольского, И. Я. Штаермана, Ю. Д. Соколова, Г. Н. Савина, Н. А. Кильчевского, Я. С. Подстригача,



На семинаре по математическим проблемам механики.

В. Н. Кошлякова, И. А. Луковского, а также их многочисленных учеников и последователей. Эти исследования охватывают широкий спектр научных направлений, относящихся к различным областям механики: общей механике, теории упругости, гидромеханике, математическим проблемам механики.

1. **Общая механика.** В этот раздел механики обычно включают исследования по аналитической и небесной механике, теории движения абсолютно твердого тела и систем абсолютно твердых и деформируемых тел, теории колебаний и общей теории устойчивости движения механических систем.

К данной области механики относятся многочисленные исследования Д. А. Граве. В своих работах по небесной механике он предложил учитывать при изучении движения планет электромагнитные силы, действующие в межпланетном пространстве. Совместно с Ю. Д. Соколовым он выполнил вычисления, относящиеся к выяснению отклонений планет на основе учета электромагнитных сил.

Д. А. Граве установил ряд новых теорем алгебры в теории устойчивости малых колебаний. В частности, он предложил оригинальный вывод условий устойчивости малых колебаний механических систем относительно положения равновесия с учетом сил сопротивления. Д. А. Граве выполнил также ряд исследований по динамике неголономных систем.

Большое внимание проблемам аналитической механики уделено в работах Ю. Д. Соколова. Он впервые установил условия общего соударения трех тел в конечный момент времени, изучил особые траектории системы свободных материальных точек, взаимно притягивающихся или отталкивающихся с силой, прямо пропорциональной произведению масс и абсолютной величине произвольной функции взаимных расстояний. Ему принадлежит всестороннее исследование ограниченной задачи трех тел, задачи о притяжении к неподвижному и равномерно вращающемуся центрам в обобщенной постановке. В общем виде Ю. Д. Соколов решил вопрос о пространственном гомографическом движении системы свободных материальных точек, установил необходимые и достаточные условия существования такого движения, обнаружив при этом новые случаи гомографических движений и получив обобщение ряда известных теорем, в частности теоремы Банахевича—Пицетти.

Важные исследования в области динамики твердого тела и систем твердых тел выполнены в институте А. Ю. Ишлинским, основавшим в Киеве научную школу по теории гороскопов и механике твердых тел. Характерная особенность этой школы — физически строгая постановка проблем и задач, тщательная математическая их разработка, сочетающаяся с ярко выраженной практической направленностью.

А. Ю. Ишлинскому принадлежат фундаментальные результаты, относящиеся к теории гироскопических приборов и теории систем инерциальной навигации и инерциального управления. Основополагающие исследования были проведены А. Ю. Ишлинским в теории гиростабилизаторов, гиромаятников, гировертикалей и морских гироскопических компасов, геометрии и кинетике гироскопических систем, ориентации объектов, управляемых гироскопами. А. Ю. Ишлинским разработана специальная форма уравнений движения гироскопических приборов различных типов, позволяющая учесть широкий круг факторов, обусловленных сочетанием возмущающих сил и моментов в подвесе прибора. Удачное использование некоторой неподвижности сферы S, совпадающей с земной поверхностью, но не участвующей в ее суточном вращении, позволило ему представить уравнения движения в весьма изящной и обозримой форме, что дало возможность строго решить проблему невозмущаемости гироскопических приборов. Эти исследования, существенно уточняющие и развивающие классические работы М. Шулера, стали настольными руководствами инженеров, разрабатывающих навигационную аппаратуру.

А. Ю. Ишлинский внес большой вклад в развитие теории систем инерциальной навигации и инерциального управления. Им построена строгая теория инерциальных систем полуаналитического типа, основывающихся на азимутально-свободной платформе; разработана теория инерциальных систем гирокомпасного типа с интегральными алгоритмами управления, допускающими эффективное применение электронных вычислительных машин и современных средств оптимального управления, получено доказательство устойчивости основной задачи инерциальной навигации, основаны принципы построения инерциальных систем.

Исследования В. И. Кошлякова относятся к вопросам теории гироскопических приборов, а также к применению эффективных аналитических алгоритмов в задачах гироскопии и динамики твердого тела. Кошляковым проведен детальный анализ точности и устойчивости морских гироскопических компасов различных типов; получено обобщение математической модели пространственного гирогоризонткомпаса, разработанное Ишлинским, на случай других гирокомпасных систем, не обладающих свойствами пространственного гирокомпаса, дано научное обоснование рациональных схемных решений систем курсоуказания и перспектив их развития.

Среди других исследований, проводимых по гирокомпасной тематике, следует отметить всестороннее исследование однороторного двухрежимного курсоуказателя с жидкостно-торсионным подвесом чувствительного элемента (В. П. Василенко, А. Н. Полищук), а также однороторного короткопериодного гирокомпаса, применяемого в макшейдерском деле (В. П. Василенко, М. Е. Темченко).

Из исследований по теории инерциальных систем, развивающих результаты А. Ю. Ишлинского, отметим цикл работ О. Ф. Бойчука. Им предложен общий подход к проблеме невозмущаемости гиромаятниковых платформ; построен класс инерциальных систем, использующих невозмущенные гиромаятниковые платформы; решены некоторые задачи оптимального демпфирования и оптимального управления с использованием методов Калмана и Винера—Хопфа.

Проведено детальное исследование точности и устойчивости инерциальных систем в зависимости от погрешностей их чувствительных элементов и условий эксплуатации, дано обоснование новых принципиальных схем инерциальных систем, созданы обобщенные математические алгоритмы функционирования инерциальных систем, исследована работа инерциальных систем с привлечением аппарата кватернионов, параметров Родрига—Гамильтона и Кейли—Клейна (В. Н. Кошляков, О. Ф. Бойчук, В. Н. Калинович, С. М. Онищенко, В. А. Стороженко, М. Е. Темченко).

Цикл работ В. Н. Кошлякова относится к выяснению возможностей применения аппарата кватернионов в задачах динамики твердого тела. Им рассмотрена задача о движении твердого тела около неподвижной точки с привлечением групповых методов и аппарата кватернионов. Получены матричные уравнения движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки, выраженные посредством матриц Кейли и эрмитовых матриц, приведенных к каноническому виду. Получен также матричный аналог уравнения Дарбу—Риккати применительно к динамической задаче движения твердого тела около неподвижной точки. С помощью аппарата параметров Родрига—Гамильтона им дано решение задачи Магнуса и построен класс точных решений невозмущаемой по М. Шулеру гиромаятниковой системы.

Теоретические исследования А. Ю. Ишлинского по инерциальным системам наведения движущихся объектов развиты в работах Д. Г. Кореневского.

На протяжении ряда лет в институте проводятся исследования движения твердого тела, подвешенного на струне.

Еще в 40-х годах в Киеве под руководством М. А. Лаврентьева разрабатывались проблемы кумуляции, требующие обеспечения большой скорости вращения тел. Быстрое вращение тел в стендовых условиях было достигнуто С. В. Малашенко посредством применения струнного подвеса. В 50-х годах под руководством А. Ю. Ишлинского в институте начались всесторонние исследования движения твердых тел, подвешенных на струне. Были найдены критические (дифуркационные) значения угловой скорости, при которых образуются новые формы стационарного движения, ответвляющиеся от основной (вертикальной) формы (С. В. Малашенко, М. Е. Темченко).

В последние годы в Институте математики АН УССР обоснована возможность применения струнного привода для балансировки быстровращающихся тел и для определения положения главных центральных осей инерции в теле произвольной формы (С. В. Малашенко, В. А. Стороженко, М. Е. Темченко, П. Г. Шишкин).

Более подробно содержание работ по теории гироскопов, механике твердого и деформируемого тела в Институте математики АН УССР приводится в обзорах: 1) Ю. А. Митропольский, В. Н. Кошляков, В. Н. Калинович, В. А. Стороженко, М. Е. Темченко. О работах по прикладной теории гироскопов, механике твердого и деформируемого тела в Институте математики АН УССР.— Укр. мат. журн., 1983, 35, № 4, с. 448—454; 2) Ю. А. Митропольский, В. Н. Кошляков, О. Ф. Бойчук, В. Н. Калинович, В. А. Стороженко, М. Е. Темченко. О работах по теории гироскопов в Институте математики АН УССР.— Укр. мат. журн., 1973, 25, № 6, с. 747—760.

Большой цикл исследований выполнен в институте по аналитической динамике твердых и упругих тел с полостями, целиком или частично заполненными жидкостью.

В 50-х годах начались всесторонние исследования движения твердых тел с полостями, целиком заполненными жидкостью. Получены критерии устойчивости движения волчка с эллипсоидальной и цилиндрической полостями, которые были подтверждены обстоятельными экспериментальными исследованиями (А. Ю. Ишлинский, М. Е. Темченко, С. В. Малашенко).

Проведен глубокий анализ устойчивости подвешенного на струне твердого тела с эллипсоидальной и цилиндрической полостью, целиком заполненной идеальной несжимаемой жидкостью (А. Ю. Ишлинский, М. Е. Темченко, М. Л. Горбачук).

Исследования по динамике (линейной и нелинейной) твердых и упругих тел с полостями, частично заполненными жидкостью, ведутся в институте с середины 50-х годов. Они включают в себя, с одной стороны, разработку математических моделей движения систем, состоящих из твердых и жидких тел, а с другой — разработку методов решения краевых задач гидродинамики, позволяющих рассчитать силы и моменты гидродинамического взаимодействия тела и жидкости в случае полостей сложной геометрической формы.

В рамках предположений линейной теории волн и теории тонкостенных стержней были получены уравнения пространственного движения упругого тела с полостями, частично заполненными жидкостью, и рассмотрен вопрос определения их гидродинамических коэффициентов в случае полостей канонической формы (Б. И. Рабинович).

Аналогичные уравнения получены при движении механических систем в слабых гравитационных полях, а также в случае, когда свободная поверхность жидкости ограничена оболочкой из гиперупругого материала (М. Я. Барняк, И. А. Луковский, В. А. Троценко).

Важное место в этой проблематике занимают исследования по нелинейной динамике тел с полостями, частично заполненными жидкостью. Методами аналитической механики (на основе теорем механики и вариационных принципов) при некоторых предположениях получена система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений движения системы в пространстве и определены их гидродинамические коэффициенты в некоторых конкретных случаях. В нелинейной постановке рассмотрены различные частные задачи динамики, как, например, задача о вынужденных колебаниях жидкости в полости, совершающей поступательные или угловые гармонические движения, задача динамической устойчивости свободной поверхности жидкости в сосуде, совершающем заданные гармонические движения, и др. (И. А. Луковский, А. М. Пилькевич).

2. Теория упругости и гидромеханика. Выдающиеся результаты в области механики сплошной среды получены М. А. Лаврентьевым. Его работы характеризуются богатством новых идей и методов, физической ясностью, доведением полученных результатов до приближенных инженерных формул.

Фундаментальные результаты М. А. Лаврентьева в теории функций комплексного переменного были им успешно применены и развиты в теориях фильтрации, кумуляции, нелинейных волн и др. Так, на основе разработанного Лаврентьевым вариационного принципа конформных отображений был получен основной метод теории фильтрации, при помощи которого нашли обоснование ранее существовавшие подходы к решению задач фильтрации в однородных и неоднородных средах, а также разработаны новые эффективные методы, лежащие в основе расчетов современных гидротехнических сооружений (плотин, дамб, каналов и т. п.).

Основополагающий вклад сделан М. А. Лаврентьевым в теорию взрыва. Предложенная им гидродинамическая модель взрыва кумулятивного заряда была полностью подтверждена экспериментом (проведенным совместно с С. В. Малашенко). Эти результаты широко используются в народном хозяйстве (земляные работы, сварка взрывом и др.).

Фундаментальные результаты получены Лаврентьевым в теории волн на поверхности тяжелой жидкости конечной глубины. Им доказана теорема существования уединенной волны, предложен эффективный метод определения параметров ее распространения для различных типов дна.

М. А. Лаврентьев и А. Ю. Ишлинский обнаружили эффект потери устойчивости по высшим формам упругими системами при динамическом нагружении.

В работах А. Ю. Ишлинского предложен приближенный подход для решения задач устойчивости деформируемых тел в случае, когда параметры нагружения входят только в граничные условия. Он выполнил оригинальные исследования по определению сопротивлений перекатывания упругого цилиндра по упругому и неупругому основаниям и решил задачу о вдавливании сферического штампа в пластическое полупространство.

А. Ю. Ишлинский разработал теорию пластичности для материалов с идеальным эффектом Баушингера и линейным упрочнением. Широко известны исследования А. Ю. Ишлинского по механике грунтов. В частности, ему принадлежит оригинальная идея представления грунта в виде среды, плотность которой изменяется скачком, когда давление достигает некоторой характерной для данного грунта величины, а в остальном эта среда ведет себя как идеальная жидкость.

В работах И. Я. Штаермана изучены плоские задачи о давлении на упругую полуплоскость одного и нескольких штампов, задачи о сжатии упругих тел, ограниченных цилиндрическими поверхностями близких радиусов. Многе работы И. Я. Штаермана посвящены также разработке математической теории статики и динамики тонкостенных оболочек и методов интегрирования уравнений этой теории.

Фундаментальные результаты в области теории упругости получил Г. Н. Савин, работающий в институте с 1952 по 1957 г. Он решил ряд сложных задач по концентрации напряжений возле отверстий различной формы в изотропной и анизотропной средах и довел эти решения до инженерного применения. В работах Г. Н. Савина и О. С. Парасюка построено решение ряда задач о концентрации напряжений около круговых отверстий при наличии области упругопластичных деформаций. Г. Н. Савину принадлежит решение ряда сложных контактных задач теории упругости и их применение в некоторых областях строительной механики. Ряд результатов Г. Н. Савина и его учеников посвящены исследованию задач динамики нити (каната) переменной длины. Они составляют основу предложенной им новой теории расчета шахтных подъемных канатов, в которых учитывается динамический режим их работы.

Н. А. Кильчевский выполнил целый ряд исследований по теории оболочек, контактным задачам теории упругости и другим разделам механики сплошной среды. Используя методы тензорного анализа, он поставил составление уравнений движения оболочек на строгую основу без привлечения элементарных геометрических, чаще всего упрощающих, предложений. Исходя из принципа наименьшего принуждения Гаусса, он указал экстремальные свойства контактных напряжений в условиях динамического нагружения и исследовал контактные задачи с первоначальным касанием тел по линии.

Ученые Института математики АН УССР внесли весомый вклад в развитие математической теории фильтрации грунтовых вод. Первые исследования по теории фильтрации возникли главным образом в связи с фундаментальными работами М. А. Лаврентьева по теории функций комплексного переменного (1939 г.). Систематические исследования в этой области велись в институте с 1945 г. (М. А. Лаврентьев, Ю. Д. Соколов, П. Ф. Фильчаков). Большая научно-исследовательская работа выполнена в этом направлении в связи со стройками на Волге, Днепре, Дону, Амударье (А. Ю. Ишлинский, Ю. Д. Соколов, П. Ф. Фильчаков). Помимо разработки аналитических методов решения задач фильтрации в институте создана новая методика решения этих задач при помощи моделирования на электропроводной бумаге (П. Ф. Фильчаков, В. Н. Остапенко, В. И. Панчишин).

Под руководством П. Ф. Фильчакова разработан целый ряд приближенных аналитических методов, позволивших решать сложные задачи фильтрации: задачи фильтрации к прерывистым дренам (А. Я. Олейник), через земляные плотины к дренажным сооружениям в слоистой среде (А. Я. Олейник, В. И. Лаврик). В последние годы большое внимание в институте уделялось исследованиям в области фильтрации и массопереноса водорастворимых веществ (В. И. Лаврик).

С середины 50-х годов в институте ведутся систематические исследования по динамике ограниченного объема жидкости со свободной поверхностью. В линейной и нелинейной постановке рассмотрены задачи о свободных и вынужденных колебаниях жидкости в сосудах сложной геометрической формы, находящихся в различных силовых полях (И. А. Луковский, В. А. Троценко, А. Н. Комаренко, М. Я. Барняк). В случае, когда сосуд с жидкостью совершает заданное движение в пространстве, предложена вариационная формулировка задачи теории поверхностных волн, приводящих к полной совокупности уравнений движения, включая и нелинейные граничные условия на свободной поверхности жидкости (И. А. Луковский).

Разработаны методы решения задач о колебаниях жидкости в сосудах, свободная поверхность которой ограничена предварительно деформированной мягкой оболочкой из нелинейно-упругого материала (В. А. Троценко).

Исследовано влияние сил поверхностной вязкости на свободные колебания вязкой несжимаемой жидкости в сосуде. Построены частные решения линеаризованных уравнений Навье—Стокса, что позволило решить ряд задач динамики ограниченного объема вязкой жидкости (М. Я. Барняк).

Начиная с 1977 г. выполнен большой цикл исследований по созданию и обоснованию математических моделей термоконвективного движения вязкой несжимаемой жидкости, заполняющей замкнутую полость в твердом теле, разработаны численно-аналитические методы решения нелинейных сопряженных задач этого типа, проведены расчеты тепловых и гидродинамических процессов в подземных хранилищах сжиженных газов и нефтепродуктов (А. С. Галицын, А. Н. Жуковский, В. Б. Мосеенков).

Я. С. Подстригач и Я. И. Бурак предложили новые модели механики сплошной среды и получили системы дифференциальных уравнений для описания процессов деформации с учетом теплопроводности, диффузии и электропроводности в твердых телах и твердых растворах.

Я. С. Подстригач и Ю. М. Коляно развили теорию и методы решения задач обобщенной динамической термомеханики изотропных и анизотропных тел с учетом конечной скорости распространения тепла, вывели уравнения теплопроводности и термоупругости с коэффициентами типа ступенчатых функций, дельта-функций Дирака и их производных для кусочно-однородных тел и тел с кусочно-постоянными коэффициентами теплоотдачи.

3. Математические проблемы механики. Один из наиболее ярких примеров сочетания математической строгости и конструктивности метода решения задач механики — работы М. А. Лаврентьева в теории фильтрации и взрыва, теории волн на поверхности тяжелой жидкости. Полученные в этих работах результаты стали классическими благодаря глубокому проникновению в физическую суть задачи и применению новейших методов теории функций комплексного переменного, где Лаврентьевым был развит метод конформных и квазиконформных отображений, разработаны приближенные методы конформных отображений на основе обобщенного им вариационного принципа Линделефа.

Фундаментальные результаты, полученные Ю. Д. Соколовым в небесной механике и теории фильтрации, во многом были определены созданными им методами решения соответствующих дифференциальных уравнений. Разработанный им итеративно-проекционный метод осреднения функциональных поправок стал универсальным средством решения задач многих разделов механики, использующих в качестве математических моделей дифференциальные и интегральные уравнения.

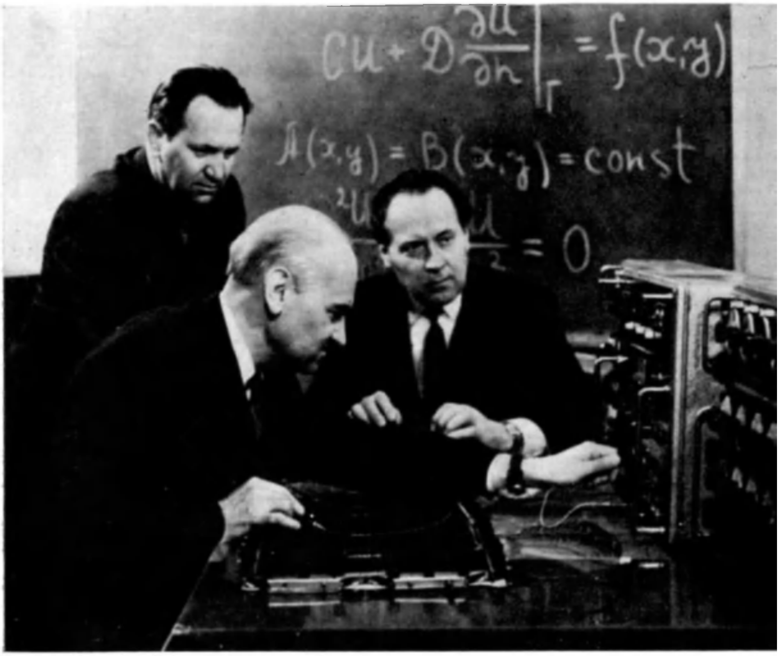
Многие фундаментальные достижения последних десятилетий в нелинейной механике в большой степени обязаны успехам в теории нелинейных дифференциальных уравнений. Это в первую очередь относится к теории нелинейных колебаний. Трудами Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова заложены математические основы новых плодотворных методов этой теории: асимптотических, метода усреднения, интегральных многообразий и др. В Институте математики АН УССР эти методы получили дальнейшее развитие как в плане применения к новым классам нелинейных дифференциальных уравнений, так и в плане теоретических их обоснований.

В трудах Ю. А. Митропольского и его учеников эти результаты получили дальнейшее развитие в направлении исследования нестационарных колебательных процессов в системах как с конечным числом степеней свободы, так и с распределенными параметрами. Особое внимание было уделено прохождению через резонанс, изучению внутренних резонансов, обнаружению существенно нелинейных явлений в системах с медленно эволюционирующими параметрами, явлению флаттера, исследованию динамики гироскопических систем с учетом импульсных воздействий и др. Построена аксиоматическая теория асимптотических методов, связавшая воедино различные варианты асимптотических методов, метода нормальных форм Пуанкаре и метода усреднения.

Построены теории возмущений инвариантных тороидальных многообразий и локальных интегральных многообразий, разработаны методы расчета многочастотных колебательных систем со многими степенями свободы. Получены конструктивные критерии экспоненциальной устойчивости и экспоненциальной дихотомии инвариантных многообразий систем, описывающих колебательные явления в механике и физике.

Существенное развитие получили методы ускоренной сходимости, а также прямые методы Галеркина применительно к исследованию новых классов колебательных систем.

В связи с исследованием геометрически и физически нелинейных задач теории стержней, пластин и оболочек



Моделирование решения задач математической теории фильтрации. Слева направо: П. Ф. Фильчаков, П. М. Мустафа, В. И. Панчишин.

в институте разработан метод нелинейных интегральных уравнений и асимптотический метод. Получены приближенные аналитические решения нелинейных задач статики, колебаний, устойчивости и распространения волн. Исследованы вопросы разрешимости конкретных нелинейных краевых задач стержней, пластин и оболочек.

При решении задач фильтрации П. Ф. Фильчаковым и его учениками разработан целый ряд приближенных методов, получивших широкое практическое применение.

В частности, предложены методы определения констант интеграла Кристоффеля—Шварца; последовательных конформных отображений; графоаналитический метод расчета флютбетов гидротехнических сооружений; тригонометрической интерполяции (П. Ф. Фильчаков, А. Я. Олейник, В. И. Лаврик и др.).

В работах Я. С. Подстригача и Г. С. Кита разработан общий метод решения плоских и пространственных задач стационарной теплопроводности и термоупругости для тел с произвольно ориентированными криволинейными и дискообразными трещинами, решены новые задачи об определении температурных полей и напряжений в однородных и кусочно-однородных телах с трещинами при произвольных температурных условиях на их поверхностях.

В связи с исследованием проблем взаимодействия твердых и упругих тел с жидкостью в институте развиты прямые методы решения краевых задач, основанные на их вариационной формулировке (И. А. Луковский, А. Н. Комаренко, В. А. Троценко, М. Я. Барняк). Предложен ряд рекомендаций по выбору систем координационных функций в методе Ритца, основанных на анализе аналитических свойств решений в окрестностях особых и угловых граничных точек, а также на анализе физических свойств колебательных процессов. Методами функционального анализа исследована разрешимость и обоснован вариационный метод разрешения возникающих при исследовании колебательных процессов задач на собственные значения с параметром в граничных условиях. При решении краевых задач о волновых движениях ограниченного объема жидкости в случае сосудов сложной геометрической формы И. А. Луковский обобщил метод Г. С. Нариманова, основанный на идеях методов теории возмущений. Для этого класса задач он предложил также прямой метод, в основе которого лежит вариационная формулировка нелинейной краевой задачи, позволившей свести исходную задачу к системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Проведен теоретико-групповой анализ уравнений движения механики Остроградского, построены многопараметрические свойства точных решений уравнений Гамильтона—Якоби, Навье—Стокса, Буссинеска, предложены нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных для описания нелинейных процессов тепломассопереноса, инвариантные относительно группы Галилея (В. И. Фущич, Ю. Н. Сегеда, П. И. Серов).

Одна из основных проблем механики — проблема устойчивости движения — постоянно находилась в центре внимания ученых института. Отдельные результаты в математической теории устойчивости были получены при решении задач теории малых колебаний (Д. А. Граве), небесной механики (Ю. Д. Соколов), теории нелинейных колебаний (Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, А. М. Самойленко, О. Б. Лыкова), теория гироскопов (А. Ю. Ишлинский, В. Н. Кошляков, М. Е. Темченко, В. А. Стороженко, М. Л. Горбачук), теории поверхностных волн (И. А. Луковский). Важное обобщение теории устойчивости А. М. Ляпунова на бесконечномерные пространства было осуществлено М. Г. Крейном. Развитая им теория мультипликаторов позволила обобщить результат А. М. Ляпунова по зонам устойчивости и неустойчивости скалярного уравнения Хилла. Применению асимптотических методов в теории устойчивости посвящены работы С. Ф. Фещенко по расщеплению многомерных систем, И. М. Рапопорта и И. З. Штокало для уравнений с периодическими и почтипериодическими коэффициентами. В качественной теории дифференциальных уравнений и теории динамических систем А. Н. Шарковским были введены новые определения устойчивости при постоянно действующих возмущениях и построена соответствующая теория.

В связи с неэффективностью классических коэффициентных критериев при решении задачи устойчивости для систем дифференциальных уравнений высокого порядка, коэффициенты которых зависят от многих параметров, в институте разработаны матричные критерии устойчивости, положено начало новому конструктивному направлению в теории функций Ляпунова. В рамках этого направления введено понятие канонической функции Ляпунова, для построения которой предложены приближенные вариационные методы (Н. А. Пустовойтов). Приближенные методы решения матричных уравнений Ляпунова были разработаны для систем линейных неавтономных дифференциальных уравнений с детерминированными и случайными коэффициентами (О. Б. Лыкова, Н. А. Пустовойтов, Д. Г. Кореневский). В работах А. М. Самойленко сформулирован и доказан абстрактный принцип сведения в теории устойчивости, опирающийся на исследования траекторий динамических систем с помощью знакопостоянных функций Ляпунова.

В классической проблеме аналитической механики — обращении теорем Лагранжа—Дирихле и Раусса — доказана гипотеза А. М. Ляпунова о неустойчивости положения равновесия консервативных систем, когда потенциальная энергия не принимает в нем локального минимума и является аналитической функцией в его окрестности (С. П. Сосницкий).

Значительный вклад сотрудниками института внесен в развитие математических методов теории управления. В 50-е годы были разработаны методы анализа и синтеза линейных и нелинейных управляемых систем (А. Ю. Ишлинский, И. М. Рапопорт, Ю. М. Березанский). Следует отметить, что многие из них были предложены задолго до появления за рубежом аналогичных методов.

В задаче управления механическими системами с переменными связями успешно использован метод периодической оптимизации. Так, проблема стабилизации шагающего аппарата, движение которого на разных фазах описывается дифференциальными и конечно-разностными уравнениями, была сформулирована и решена как задача периодической оптимизации (В. Б. Ларин). В этом направлении разработаны эффективные численные методы решения алгебраических уравнений Риккати (Б. А. Бордюг, В. Б. Ларин) и асимптотический метод теории сингулярных возмущений для построения периодических решений матричных уравнений Риккати (В. Б. Ларин, К. И. Науменко).

Разработан частотный метод решения задач синтеза линейных стационарных систем с обратной связью — первый прямой подход, основанный на ограничении вариаций (В. Б. Ларин, К. И. Науменко, В. Н. Сунцев). Среди приложений разработанных методов управления механическими объектами следует отметить результаты, связанные с виброзащитой на подвижных объектах. С помощью аппарата теории марковских процессов задача выбора оптимальной упругой характеристики амортизатора сформулирована как вариационная задача, решение которой получено аналитически (В. Б. Ларин).

Предложены новые методы решения задач определения ориентации твердого тела в параметрах Родрига—Гамильтона. Разработан нелинейный алгоритм, включающий в стандартную процедуру интегрирования кинетических уравнений и дополнительную коррекцию по данным измерений проекций на связанные с телом оси как неподвижного, так и подвижного вектора (В. Б. Ларин, К. И. Науменко). Решена задача определения ориентации по данным измерений проекций нескольких векторов. В важном для приложений случае измерения проекций двух векторов получено аналитическое решение задачи (К. И. Науменко).

Ученые института внесли также существенный вклад в развитие численных методов решения задач теории фильтрации грунтовых вод, аэрогидромеханики, термоупругости, газовой динамики.

СПИСОК МОНОГРАФИЙ СОТРУДНИКОВ ИНСТИТУТА*

1977

Буцан Г. П. Стохастические полугруппы.— Киев: Наук. думка, 1977.— 215 с.

Гихман И. И., Скороход А. В. Управляемые случайные процессы.— Киев: Наук. думка, 1977.— 251 с.

Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов (2-е изд.).— М.: Наука, 1977.— 568 с.

Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами.— М.: Наука, 1977.— 512 с.

Карпачев Ю. А., Кореневский Д. Г. Некоторые задачи инерциального управления.— Киев: Наук. думка, 1977.— 152 с.

Кравченко А. И., Нижник Л. П. Электродинамические расчеты в электротехнике.— Киев: Техніка, 1977.— 184 с.

Липовой Г. С. Метод факторизаций в задачах гидроаэромеханики.— Киев: Наук. думка, 1977.— 122 с.

Нариманов Г. С., Докучаев Л. В., Луковский И. А. Нелинейная динамика летательного аппарата с жидкостью.— М.: Машиностроение, 1977.— 208 с.

Filtschakow P. F. Numerische und graphische Methoden der angewanden Mathematik.— Berlin : Akademie — Verlag, 1975.— 785 s.

Gihman I. I., Szkorohod A. V. Bevezetés a sztochasztikus folyamatok elmeletebe.— Budapest, 1975.— 548 s.

Progress in Mathematical Physics // Edited by Ju. A. Mitropolsky.— Dehli : Hindustan Publ. Corp. (India), 1977.— 184 p.

1978

Березанский Ю. М. Самосопряженные операторы в пространствах функций бесконечного числа переменных.— Киев: Наук. думка, 1978.— 360 с.

Королюк В. С., Турбин А. Ф. Математические основы фазового укрупнения сложных систем.— Киев: Наук. думка, 1978.— 218 с.

Королюк В. С., Турбин А. Ф. Фазовое укрупнение сложных систем.— Киев: Вища школа, 1978.— 110 с.

Ларин В. Б., Науменко К. И., Сунцев В. Н., Алиев Ф. А. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления.— Киев: Наук. думка, 1978.— 328 с.

---

* Продолжение. Начало см.: Укр. мат. журнал, т. 19, № 6, 1967, с. 13—15; Укр. мат. журнал, т. 29, № 6, 1977, с. 730—732.

вания, связанные с изучением групп, в которых задана система дополняемых подгрупп. Исследовались группы с дополняемыми инвариантными подгруппами и создана их теория (Д. И. Зайцев). Изучались группы с теми или иными системами дополняемых абелевых подгрупп и, в частности, группы, в которых дополняемы все инвариантные абелевы подгруппы; дано конструктивное описание конкретных типов таких групп (С. Н. Черников). Получено полное описание групп с системами дополняемых нециклических элементарных абелевых подгрупп (Я. П. Сысак). Найдена характеризация конечных сверхразрешимых групп с абелевыми примарными подгруппами с помощью некоторой системы дополняемых примарных циклических подгрупп (С. Н. Черников). Дано полное описание бесконечных локально конечных групп, в которых дополняемы все бесконечные абелевы подгруппы, и установлено, что из предложения о дополняемости всех бесконечных абелевых подгрупп бесконечной группы не следует локальная конечность последней (Н. С. Черников). Исследовались группы, в которых все или некоторые подгруппы дополняемы в том или ином обобщенном смысле (Д. И. Зайцев, Я. П. Сысак).

Результаты этих и других исследований отражены в монографии С. Н. Черникова «Группы с заданными свойствами систем подгрупп» (М.: Наука, 1980.— 384 с.).

В последние годы в институте проводились исследования групп, представимых в виде произведения попарно перестановочных подгрупп с заданными свойствами (факторизуемых этими подгруппами). Д. И. Зайцев изучал группы, разложимые в произведение двух абелевых подгрупп, а также разрешимые группы, разложимые в произведение полициклических подгрупп. Н. С. Черниковым исследовались локально ступенчатые группы, разложимые в произведение двух подгрупп, являющихся конечными расширениями абелевых групп с условием минимальности, а также разложимые в произведение двух локально конечных под-

Степанец А. И. Равномерные приближения тригонометрическими полиномами.— Киев: Наук. думка, 1981.— 340 с.

Фещенко С. Ф., Шкиль Н. И., Пидченко Ю. П., Сотниченко Н. А. Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом.— Киев: Наук. думка, 1981.— 296 с.

Шуренков В. М. Эргодические теоремы и смежные вопросы теории случайных процессов.— Киев: Наук. думка, 1981.— 116 с.

Manual de la teoria de probabilidades y estadistica matematica / Red. V. S. Koroliuk.— Moscu : Editorial Mir., 1981.— 580 s.

1982

Гихман И. И., Скороход А. В. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения.— Киев: Наук. думка, 1982.— 611 с.

Корнейчук Н. П., Лигун А. А., Доронин В. Г. Аппроксимация с ограничениями.— Киев: Наук. думка, 1982.— 250 с.

Королюк В. С., Турбин А. Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем.— Киев: Наук. думка, 1982.— 234 с.

Избранные вопросы элементарной математики / Под ред. А. В. Скорохода.— Киев: Вища школа, 1982.— 458 с.

Портенко Н. И. Обобщенные диффузионные процессы.— Киев: Наук. думка, 1982.— 208 с.

1983

Боголюбов А. Н. Математики. Механики: Справочник.— Киев: Наук. думка, 1983.— 639 с.

Галицын А. С. Краевые задачи теплофизики подземных сооружений.— Киев: Наук. думка, 1983.— 235 с.

Коваленко И. Н., Кузнецов Н. Ю., Шуренков В.М. Случайные процессы: Справочник.— Киев: Наук. думка, 1983.— 368 с.

Митропольский Ю. А., Хома Г. П. Математическое обоснование асимптотических методов нелинейной механики.— Киев: Наук. думка, 1983.— 215 с.

Онищенко С. М. Применение гиперкомплексных чисел в теории инерциальной навигации. Автономные системы.— Киев: Наук. думка, 1983.— 252 с.

Скороход А. В. Стохастические уравнения для сложных систем.— М.: Наука, 1983.— 190 с.

Фущич В. И., Никитин А. Г. Симметрия уравнений Максвелла.— Киев: Наук. думка, 1983.— 199 с.

Korolіouk V., Portenko N., Skorokhod A., Tourbine A. Aide-mémoire de théorie des probabilités et de statistique mathématique.— Moscow : Editions Mir., 1983.— 581 s.

Митропольский Ю. А., Самойленко А. М. Математические проблемы нелинейной механики.— Киев: Вища школа, 1987.— 72 с.

Королюк В. С., Братийчук Н. В., Пирджанов Б. Граничные задачи для случайных блужданий.— Ашхабад: Ылым, 1987.— 258 с.

Скороход А. В. Асимптотические методы теории стохастических дифференциальных уравнений.— Киев: Наук. думка, 1987.— 328 с.

Боголюбов А. Н., Урбанский В. М. Николай Митрофанович Крылов.— Киев: Наук. думка, 1987.— 176 с.

Корнейчук Н. П. Точные константы в теории приближений.— М.: Наука, 1987.— 424 с.

Самойленко А. М. Элементы математической теории многочастотных колебаний.— М.: Наука, 1987.— 304 с.

Самойленко А. М., Перестюк Н. А. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием.— Киев: Вища школа, 1987.— 288 с.

Степанец А. И. Классификация и приближение периодических функций.— Киев: Наук. думка, 1987.— 268 с.

Черников Н. С. Группы, разложимые в произведение перестановочных подгрупп.— Киев: Наук. думка, 1987.— 208 с.

Fushichich W. I., Nikitin A. G. Symmetries of Maxwell's Equations.— Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1987.— 214 p.

ЛИТЕРАТУРА ОБ ИНСТИТУТЕ

Березанский Ю. М., Горбачук М. Л. Об основных результатах исследований в отделе математического анализа Института математики АН УССР // Укр. мат. журн.— 1967.— 19, № 6.— С. 73—92.

Библиография трудов сотрудников Института математики АН УССР, опубликованных в 1965—1966 гг.: Систематический указатель книг и статей / Сост. Л. И. Пахомова.— Киев: Наук. думка, 1967.— 42 с.

Библиографический указатель работ, опубликованных сотрудниками Института математики АН УССР в 1972—1976 гг. / Сост. : М. Н. Крекнина, Л. П. Кремечек.— Киев: Ин-т математики АН УССР, 1979.— 228 с.

Библиографический указатель работ, опубликованных сотрудниками Института математики АН УССР в 1977—1983 гг. / Сост.: О. Е. Карп, М. Н. Крекнина, М. В. Шандро.— Киев: Ин-т математики АН УССР, 1984.— 304 с.

Николай Николаевич Боголюбов: Материалы к библиографии ученых СССР / Сост. А. И. Епифанова.— М.: Изд-во АН СССР, 1959.—50 с.

Николай Николаевич Боголюбов / Сост.: А. А. Мухина и др.— Дубна: Объединенный ин-т ядерных исслед., 1974.— 66 с.

Дмитрий Александрович Граве, 1863—1939 / Сост. В. А. Добровольский.— М.: Наука, 1968.— 112 с.

Граве Д. А. Моя жизнь и научная деятельность (рукопись).— Киев: Б-ка Ин-та математики АН УССР, 1, Г—75.— 40 с.

Граве Д. О., Бреус К. А. Інститут математики АН УРСР до XX роковин Великої Жовтневої революції // Журн. Ін-ту математики АН УРСР.— 1937.— № 3.— С. 3—18.

Дзядык В. К. Исследования по теории приближений аналитических функций, проводимые в Институте математики АН УССР // Укр. мат. журн.— 1969.— 21, № 2.— С. 173—192.

История отечественной математики: В 4-х т. 5-ти кн. / Отв. ред. И. З. Штокало.— Киев: Наук. думка, 1967—1970.

Олександр Юлійович Ішлінський: Бібліографія вчених Української РСР / Укл. М. Є. Темченко.— Київ: Наук. думка, 1970.— 63 с.

Королюк В. С. Теория вероятностей и математическая статистика в Институте математики АН УССР // Укр. мат. журн.— 1967.— 12, № 6.— С. 93—96.

Владимир Семенович Королюк: Биобиблиография ученых Украинской ССР / Сост. М. Н. Крекнина.— Киев: Наук. думка, 1985.— 44 с.

Кравчук М. Ф. О работах Института математики Академии наук УССР // Укр. мат. журн.— 1937.— Вып. 3.— С. 249—251.

Михаил Алексеевич Лаврентьев: Библиография ученых СССР / Сост.: А. П. Епифанова, В. П. Ильина.— М.: Наука, 1971.— 92 с.

Математика на Украине за 40 лет Советской власти // Укр. мат. журн.— 1957.— 9, № 4.— С. 335—358.

Математические науки // История Академии наук Украинской ССР / Под ред. Б. Е. Патона.— Киев: Наук. думка, 1979.— С. 37—63.

Математичні науки // Історія Академії наук Української РСР.— Київ: Голов. ред. УРЕ, 1967.— Кн. I.— С. 413—453.

Юрий Алексеевич Митропольский: Биобиблиография ученых Украинской ССР / Под ред. А. Н. Боголюбова.— Киев: Наук. думка, 1987.— 92 с.

Митропольский Ю. А. Об основных результатах исследований в отделе математической физики и теории нелинейных колебаний Института математики АН УССР // Укр. мат. журн.— 1967.— 19, № 6.— С. 39—64.

Митропольський Ю. О. Основні досягнення в галузі математики в Академії наук УРСР за 50 років // Вісн. АН УРСР.— 1969.— № 5.— С. 8—23.

Митропольский Ю. А. Ордена Трудового Красного Знамени Институт математики // История Академии наук Украинской ССР / Под ред. Б. Е. Патона.— Киев: Наук. думка, 1979.— С. 577—579.

Митропольский Ю. А., Бреус К. А. Институт математики Академии наук УССР к пятидесятилетию Советской власти // Укр. мат. журн.— 1967.— 19, № 6.— С. 3—15.

Митропольский Ю. А., Бреус К. А. Основные исследования Института математики АН УССР за годы Советской власти // Там же.— С. 16—31.

Митропольський Ю. О., Ковальов В. Ф. Підготовка висококваліфікованих наукових кадрів в Інституті математики АН УРСР // Вісн. АН УРСР.— 1971.— № 8.— С. 76—79.

Митропольский Ю. А., Королюк В. С., Шевело В. Н. Институт математики АН УССР к 60-летию Великого Октября // Укр. мат. журн.— 1977.— 29, № 6.— С. 715—732.

Митропольский Ю. А., Кошляков В. Н., Бойчук О. Ф. О работах по теории гироскопов в Институте математики АН УССР // Там же.— 1973.— 25, № 6.— С. 747—760.

Митропольський Ю. О., Трохимчук Ю. Ю. Деякі питання роботи математичних шкіл // Вісн. АН УРСР.— 1970.— № 9.— С. 81—83.

Митропольский Ю. А., Фильчаков П. Ф., Панчишин В. И. Развитие вычислительной математики и математического моделирования в Институте математики Академии наук Украинской ССР // Укр. мат. журн.— 1969.— 21, № 2.— С. 165—172.

Митропольский Ю. А., Шарковский А. Н. Развитие теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом в Институте математики АН УССР // Дифференциальные уравнения с отклоняющимся аргументом.— Киев: Наук. думка, 1977.— С. 215—221.

Немошкаленко В. В., Новиков М. В., Пелих В. М. Академія наук Української РСР, 1969.— Київ: Наук. думка, 1969.— 272 с.

Ордена Трудового Красного Знамени Институт математики // Академия наук Украинской ССР. 1982 / Гл. ред. Б. Е. Патон.— Киев: Наук. думка, 1983.— С. 44—47.

Ордена Трудового Красного Знамени Институт математики // Академия наук Украинской ССР. 1985 / Гл. ред. Б. Е. Патон.— Киев: Наук. думка, 1986.— С. 54—57.

Очерки развития математики в СССР / Отв. ред. И. З. Штокало.— Киев: Наук. думка, 1983.— 764 с.

Систематический указатель статей, опубликованных в журнальных изданиях Института математики АН УССР (1934—1968 гг.) / Сост. М. Н. Крекнина.— Киев: Ин-т математики АН УССР, 1971.— 151 с.

Систематический указатель работ, опубликованных сотрудниками Института математики АН УССР в 1967—1971 гг. / Сост. М. Н. Крекнина, Л. П. Кремечек, Т. В. Мухина.— Киев: Ин-т математики АН УССР, 1973.— 205 с.

Соколов Ю. Д. Исследования по дифференциальным уравнениям // Укр. мат. журн.— 1967.— **19**, № 6.— С. 32—38.

Строк В. В. Институт математики АН УССР // Украинская Советская Энциклопедия.— Киев: Глав. ред. Укр. сов. энцикл., 1981.— Т. 6.— С. 330.

Трохимчук Ю. Ю. Исследования по теории функций в Институте математики АН УССР за годы Советской власти // Укр. мат. журн.— 1967.— **19**, № 6.— С. 65—72

Фильчаков П. Ф., Лаврик В. И. Об исследованиях, проводимых Институтом математики АН УССР в области теории фильтрации // Там же.— С. 97—99.

Йосип Захарович Штокало: Бібліографія вчених Української РСР / Укл. А. С. Теплякова.— Київ: Наук. думка, 1972.— 39 с.

Штокало Й. З. Досягнення математичних наук в Академії наук УРСР за 30 років Радянської влади // Вісн. АН УРСР.— 1947.— № 8.— С. 64—88.

Штокало Й. З. Нарис розвитку математики на Україні за 40 років Радянської влади.— Київ: Вид-во АН УРСР, 1958.— 82 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Научное издание

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

Составители

Митропольский Юрий Алексеевич

Строк Виктор Васильевич

Редактор *Т. С. Мельник*
Художественный редактор *И. П. Антонюк*
Технический редактор *Г. Р. Боднер*
Корректоры *Д. Я. Кашпер,*
З. А. Ерохина

ИБ № 9502

Сдано в набор 16.12.87.
Подп. в печ. 06.04.88.
БФ 01553. Формат 70×108/32.
Бум. мелов. Лит. гарн. Выс. печ.
Усл. печ. л. 7,7. Усл. кр.-отт. 7,7.
Уч.-изд. л. 7,81. Тираж 1560 экз.
Заказ 7—3662. Цена 1 р. 70 к.

Издательство «Наукова думка».
252601 Киев 4, ул. Репина, 3.

Головное предприятие республиканского производственного объединения «Полиграфкнига». 252057 Киев, ул. Довженко, 3.