Зикиров О.С. (Национальный университет Узбекистана, Ташкент)

Об одной нелокальной задаче для уравнения третьего порядка

В данном сообщении рассматривается нелокальная задача с интегральными условиями для одного класса уравнений третьего порядка вида

$$Mu \equiv \left(\alpha\frac{\partial}{\partial x} + \beta\frac{\partial}{\partial y}\right)u_{xy} + Lu = f(x,y), \qquad (1)$$

здесь α, β - заданные постоянные числа, причем $\alpha^2+\beta^2 \neq 0$, L — линейный оператор второго порядка вида

$$Lu \equiv a(x,y)u_{xx} + 2b(x,y)u_{xy} + c(x,y)u_{yy} + a_1(x,y)u_x + b_1(x,y)u_y + c_1(x,y)u,$$

$a(x,y)$, $b(x,y)$, $c(x,y)$, $a_1(x,y)$, $b_1(x,y)$, $c_1(x,y)$ и $f(x,y)$ — заданные, а $u(x,y)$ — искомая действительные функции.

В области $D = \{(x,y):\ 0 < x < l,\ 0 < y < h\}$ исследуется разрешимость следующую задачу: *найти в области D решение $u(x,y)$ уравнения (1) удовлетворяющее условиям:*

а) если $\alpha\beta \neq 0$, то задаются следующие условия

$$u(x,0) = \Psi_1(x), \qquad \int\limits_0^h u(x,y)dy = \psi_2(x), \quad 0 \le x \le l, \qquad (2)$$

$$u(0,y) = \varphi_1(y), \qquad \int\limits_0^l u(x,y)dx = \varphi_2(y), \quad 0 \le y \le h, \qquad (3)$$

б) если $\beta \neq 0$, то выполняются условия (2) и один из условий (3);

в) если $\alpha \neq 0$, то выполняются условия (3) и один из условий (2);

где $f(x,y), \psi_i(x), \varphi_i(y), (i = 1,2)$ – заданные достаточно гладкие функции, удовлетворяющее следующим условиям согласования

$$\varphi_1(0) = \psi_1(0), \qquad \int\limits_0^h \varphi_1(y)dy = \psi_2(0),$$

$$\int\limits_0^l \psi_1(x)dx = \varphi_2(0), \qquad \int\limits_0^h \varphi_2(y)dy = \int\limits_0^l \psi_2(x)dx.$$

При определенных условиях на коэффициентов и заданных функций доказана теорема о существования и единственность классического решения исследуемой задачи