А.В. Жовтан, С.Н. Рощупкин (НИИ «Крымская Астрофизическая обсерватория», ТНУ)

Хаотическое движение нуль-струны в пространстве-времени pp-волны

В современных сценариях Теории Великого Объединения предполагается, что по мере расширения и охлаждения Вселенной после Большого взрыва, в ней произошел ряд фазовых переходов со спонтанным нарушением симметрии вакуума. Как и фазовые переходы в обычных средах, космологические фазовые переходы приводят к возникновению дефектов. Такие дефекты могут существовать как в виде поверхностей – доменные стенки или мембраны, так и в виде линий и точек – соответственно струны и монополи. Линейные топологические дефекты – космические струны – вызывают повышенный интерес с точки зрения решения некоторых проблем современной космологии как, например, генерация первичных неоднородностей плотности вещества в ранней Вселенной, проблема скрытой массы и др.

Уравнения движения для космической струны являются нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных второго порядка, и решить их удается в немногих случаях при различных упрощающих предположениях. Нелинейность динамической системы делает возможным существование при некоторых условиях, кроме хорошо исследованных регулярных решений уравнений движения, принципиально новых динамических режимов, в которых движение струны не отличается от случайного [1]. Такое поведение системы является следствием локальной неустойчивости и чрезвычайной чувствительности к начальным условиям.

В данной работе мы рассматриваем движение нуль-струны в гравитационном поле pp-волны и показываем наличие в системе хаоса. Метрика для хорошо известного класса pp-волн, которые являются точными вакуумными решениями уравнений Эйнштейна, представляющими плоские неоднородные гравитационные волны, имеет вид

$$ds^2 = 2d\xi\, d\bar{\xi} - 2du\, dv - \left(f + \bar{f}\right)du^2 \tag{1}$$

Рассмотрим случай $f = c\xi^n$, $c > 0$, $n = 3,4,5...$ Тогда уравнения движения, например для случая $n = 3$, можно записать в виде

$$x_{,\tau\tau} + \frac{3c\, p_v^2}{2}\left(x^2 - y^2\right) = 0, \quad y_{,\tau\tau} - 3c\, p_v^2\, xy = 0 \tag{2}$$

Уравнения движения для переменных $u(\tau,\sigma)$ и $v(\tau,\sigma)$, при учете связей, решаются до квадратур. Легко заметить, что система (2) может быть получена из гамильтониана

$$H = \frac{p_x^2}{2} + \frac{p_y^2}{2} + \frac{3cp_v^2}{2}\left(\frac{1}{3}x^3 - xy^2\right) \tag{3}$$

Гамильтониан (3) является специальным видом известного гамильтониана Хенона-Хейлеса, который описывает классическую хаотическую систему. Мы рассмотрели различные типы движения нуль-струны и выделили типы асимптотического поведения в зависимости от того в какую из потенциальных ям движется нуль-струна при больших временах. Изучение двумерных срезов фазового пространства начальных данных показало наличие узких областей, отделяющих один вид асимптотического поведения от другого, в которых невозможно заранее предсказать поведение системы вследствие чрезвычайной чувствительности к начальным условиям.

[1] Ott E. Chaos in Dynamical Systems. – Cambridge Univ. Press, 1993.