

Р.А. Заторський (Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, м. Івано-Франківськ, Україна)

Рекурентні дроби k -го порядку

Цінність алгоритму зображення дійсних чисел у вигляді ланцюгових дробів виявляється в тому, що він має наступні властивості:

- 1) належить до класу рекурсивних алгоритмів, тому відзначається своєю простотою та ефективністю;
- 2) дає найкращі раціональні наближення ірраціональних чисел;
- 3) періодичний для квадратичних ірраціональностей.

Існує ряд підходів до узагальнення ланцюгових дробів. Історично першим таким підходом є матричний алгоритм (Ойлер, Якобі, Пуанкаре, Брун, Перрон, Бернштейн, Пустыльников, [1,2,3]). Матричні алгоритми прості, однак не забезпечують виконання другої та третьої властивостей.

Другий підхід базується на лінійних однорідних формах (Діріхле, Ерміт, Клейн, Мінковський, Вороний, Скубенко, Арнольд [4]), проте він складний і важко програмується.

Ряд алгоритмів було запропоновано також наступними аналітиками: Гурвіцем та Секерешем (на основі узагальнень дробів Фарея), Скоробагатьком та Боднаром (гіллясті ланцюгові дробі), Сявавком (інтегральні ланцюгові дробі) тощо.

У даній роботі при допомозі апарату парaperманентів трикутних матриць [5] k -діагонального вигляду будуються рекурентні дробі k -го порядку. При цьому рекурентні дробі другого порядку співпадають із класичними ланцюговими дробами. Такий підхід дозволяє побудувати природне узагальнення ланцюгових дробів та понять, що з ними пов'язані. Зокрема ввести поняття звичайних та періодичних рекурентних дробів k -го порядку, які слугують зображеннями ірраціональностей k -го порядку, що є коренями відповідного алгебричного рівняння k -го порядку. Алгоритм побудови рекурентних дробів k -го порядку задовольняє всі три, наведені вище, вимоги.

-
- [1] Bernstein L. The Jacobi-Perron algorithm. Its theory and application (lecture Notes in Math., 207). Berlin a.o., - 1971.
 - [2] Brun V. Mehrdimensional Algorithmen. Samm. zu Ehren des 250 geb. Leonard Eulers. Berlin, 1959.
 - [3] Perron O. Grundlagen fur eine Theorie des Jacobischen kettenbruchalgorithmus.- Math. Ann., 1907, 64.S.1-76.
 - [4] Арнольд В.И. Цепные дроби (Серия: "Библиотека " Математическое просвещение"), М.: МЦНМО, 2000. - 40 с.
 - [5] Заторський Р.А. Про паравизначники та парaperманенти трикутних матриць// Математичні студії. - 2002. - т.17, № 1.- с. 3-17.
-