А.Ф.Васильев (Гомельский госуниверситет имени Франциска Скорины, Гомель, Беларусь)
Т.И. Васильева (Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь)

Конечные группы с заданным нормальным строением

Рассматриваются только конечные группы. В работе [1] В.А. Ведерниковым были введены понятия *c*-сверхразрешимой, *ca*-сверхразрешимой групп и др. и изучены некоторые их свойства. Напомним [1], что группа называется *c*-сверхразрешимой, если она обладает нормальным рядом с простыми факторами. Используя метод композиционных формаций, А.Ф. Васильев и Т.И. Васильева [2] нашли другие свойства *c*-сверхразрешимых групп, в частности, было доказано, что множество всех *c*-сверхразрешимых групп является разрешимо насыщенной формацией. Структурное строение *c*-сверхразрешимых групп было установлено Д. Робинсоном в работе [3]. В последние годы *c*-сверхразрешимые группы нашли различные приложения, в частности, при изучении конечных произведений множественно и тотально перестановочных групп (см., например, работы [4-6]). В настоящем сообщении рассматриваются локальные аналоги понятий квазинильпотентности, а также *c*-сверхразрешимости и др. из работы [1], исследуются свойства замыкания соответствующих им классов и их приложения при изучении факторизаций групп нормальными подгруппами.

Пусть J обозначает некоторый класс (возможно пустой) простых групп. Будем говорить, что группа G является *J-группой*, если множество всех композиционных факторов группы G содержится в J.

Определение. *Группу G назовем*:

1) *J-квазинильпотентной, если для любого главного фактора группы G, являющегося J-группой, каждый автоморфизм, индуцированный элементом из G, является внутренним;*

2) *Jc-сверхразрешимой, если любой главный J-фактор группы G является простой группой;*

3) *Jca-разрешимой, если G обладает главным рядом, у которого каждый J-фактор, являющийся абелевым, централен в G;*

4) *Jca-сверхразрешимой, если она Jc-сверхразрешима и ее каждый J-фактор, являющийся абелевым, централен в G.*

По определению для любого класса простых групп J единичная группа считается J-квазинильпотентной, Jc-сверхразрешимой, Jca-разрешимой, Jca-сверхразрешимой.

Группа G называется *A-группой*, если любая силовская подгруппа из G является абелевой.

Теорема. *Справедливы следующие утверждения*:

1) *если группа $G = HK$, где H и K – нормальные Jc-сверхразрешимые подгруппы из G и факторгруппы G/H и G/K не имеют общих* (*с точностью до изоморфизма*) *абелевых композиционных J-факторов, то G Jc-сверхразрешима*;

2) *если группа G есть расширение Jca-разрешимой группы с помощью A-группы и $G = HK$, где H и K – нормальные Jc-сверхразрешимые подгруппы из G, то G Jc-сверхразрешима*;

3) *если группа $G = HK$, где H – нормальная Jc-сверхразрешимая подгруппа и K – нормальная Jca-сверхразрешимая подгруппа из G, то G Jc-сверхразрешима*;

4) *если группа $G = HK$, где H и K – нормальные Jc-сверхразрешимые подгруппы из G и $H \cap K$ – J-квазинильпотентная подгруппа из G, то G Jc-сверхразрешима*.

Следствие 1. *Если группа $G = HK$, где H и K – нормальные Jc-сверхразрешимые подгруппы из G и* ($|G : H|, |G : K|) = 1$, *то G Jc-сверхразрешима*.

Группу G назовем *полусверхразрешимой* (*полуквазинильпотентной*), если G Jc-сверхразрешима (соответственно J-квазинильпотентна) и J совпадает с классом всех групп, имеющих простой порядок.

Следствие 2. *Если группа $G = HK$, где H и K – нормальные полусверхразрешимые подгруппы из G и факторгруппы G/H и G/K не имеют общих (с точностью до изоморфизма) абелевых композиционных факторов, то G полусверхразрешима.*

Следствие 3. *Если группа G есть расширение полуквазинильпотентной группы с помощью A-группы и $G = HK$, где H и K – нормальные полусверхразрешимые подгруппы из G, то G полусверхразрешима.*

Следствие 4. *Если группа $G = HK$, где H – нормальная полусверхразрешимая подгруппа и K – нормальная полуквазинильпотентная подгруппа из G, то G полусверхразрешима.*

Следствие 5. *Если группа $G = HK$, где H и K – нормальные полусверхразрешимые подгруппы из G и $H \cap K$ – полуквазинильпотентная подгруппа из G, то G полусверхразрешима.*

Следствие 6. *Если группа G есть расширение J-квазинильпотентной группы с помощью A-группы и $G = HK$, где H и K – нормальные Jc-сверхразрешимые подгруппы из G, то G Jc-сверхразрешима.*

Следствие 7. *Если группа представима в виде произведения нормальной J-квазинильпотентной подгруппы и нормальной Jc-сверхразрешимой подгруппы, то она Jc-сверхразрешима.*

[1] Ведерников В.А. // Докл. АН БССР. – 1988. – **2**, № 10.
[2] Васильев А.Ф., Васильева Т.И. // Изв. вузов. Сер. Математика. – 1997. – **426**, № 11.
[3] Robinson D.J.S. // J. Austral. Math. Soc. – 2001. – **70**.
[4] Ballester-Bolinches A., Cossey J. // Monatsh. Math. – 2005. – **145**.
[5] Beidleman J.C., Hauck P., Heineken H. // J. Algebra. – 2004. – **276**.
[6] Ballester-Bolinches A., Cossey J., Pedraza-Aguilera M.C. // J. Algebra. – 2005. – **284**.