С.М. Темешева (Институт математики МОН РК, Алматы)

Об одном приближенном методе решения нелинейной двухточечной краевой задачи

На отрезке $[0,T]$ рассматривается нелинейная двухточечная краевая задача

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x), \qquad x \in \mathbb{R}^n, \qquad t \in (0,T), \tag{1}$$

$$g[x(0), x(T)] = 0, \tag{2}$$

где $f : [0,T] \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, $g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n-$ непрерывные функции.

В [1] методом параметризации получены необходимые и достаточные условия существования изолированного решения задачи (1), (2), предложено двухпараметрическое семейство алгоритмов нахождения ее решения. Параметрами семейства являются $h > 0 : Nh = T$ и $\nu-$ число используемых в алгоритме повторных интегралов. Установлено, что решение системы нелинейных уравнений

$$h \cdot g\Big[\lambda_1, \lambda_N + \int\limits_{(N-1)h}^{Nh} f\Big(\tau_1, \lambda_N + \ldots + \int\limits_{(N-1)h}^{\tau_{\nu-1}} f(\tau_\nu, \lambda_N) d\tau_\nu \ldots\Big) d\tau_1\Big] = 0,$$

$$\lambda_s + \int\limits_{(s-1)h}^{sh} f\Big(\tau_1, \lambda_s + \ldots + \int\limits_{(s-1)h}^{\tau_{\nu-1}} f(\tau_\nu, \lambda_s) d\tau_\nu \ldots\Big) d\tau_1 - \lambda_{s+1} = 0, \quad s = \overline{1, N-1},$$

записываемой в виде

$$Q_{\nu,h}(\lambda, 0) = 0, \tag{3}$$

будет тем ближе к значениям решения задачи (1), (2) в точках разбиения отрезка $[0,T]$, чем меньше $h > 0 : Nh = T$ и чем больше число $\nu \in \mathbb{N}$.

В сообщении получены условия разрешимости системы (3), обеспечивающие существование изолированного решения задачи (1), (2) и предложены алгоритмы нахождения ее решения, основанные на постепенном уменьшении h и увеличении ν.

[1] Джумабаев Д. С., Темешева С. М. Метод параметризации решения нелинейных двухточечных краевых задач//Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2007. Т.47. №1. С. 39-63.