С.А. Стасюк (Інститут математики НАН України, Київ, Україна)

Найкраще m-членне тригонометричне наближення класів $B^r_{p,\theta}$ періодичних функцій багатьох змінних у випадку малої гладкості

Нехай L_q, $1 \le q \le \infty$, — простір Лебега 2π-періодичних за кожною змінною функцій $f(x) = f(x_1, \ldots, x_d)$ зі стандартною нормою $|| \cdot ||_q$. Ми досліджуємо величину найкращого m-членного тригонометричного наближення класів Бєсова $B^r_{p,\theta}$ (означення класів див., наприклад, в [1]), яка визначається згідно з формулою

$$\sigma_m(B^r_{p,\theta})_q = \sup_{f \in B^r_{p,\theta}} \inf_{\Lambda_m} \inf_{T(\Lambda_m;x)} \|f(x) - T(\Lambda_m; x)\|_q,$$

де $\Lambda_m = \{n^1, \ldots, n^m\}$, $T(\Lambda_m; x) = \sum_{j=1}^m c_j e^{(n^j,x)}$, $(n^j, x) = n^j_1 x_1 + \ldots + n^j_d x_d$, $n^j \in \mathbb{N}^d$, $j = \overline{1, m}$.

Має місце наступне твердження.

Теорема. *Нехай* $1 \le p \le 2 < q < \infty$, $1 \le \theta \le \infty$, *тоді*

$$\sigma_m(B^r_{p,\theta})_q \asymp \begin{cases} m^{-\frac{1}{2}}(\log m)^{1-\frac{1}{\theta}}, & \text{якщо } r = \frac{d}{p}. \\ m^{-\frac{q}{2}(\frac{r}{d} - \frac{1}{p} + \frac{1}{q})}, & \text{якщо } d(\frac{1}{p} - \frac{1}{q}) < r < \frac{d}{p}. \end{cases}$$

Наведена теорема доповнює результати, які одержані в [2] і стосуються точних за порядком оцінок величин $\sigma_m(B^r_{p,\theta})_q$, $1 \le p, q, \theta \le \infty$, при інших обмеженнях на параметр r. При $d = 1$ теорема доведена в [3].

[1] Никольский С. М. Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. М.: Наука, 1977.

[2] De Vore R.A. and Temlyakov V.N. Nonlinear approximation by trigonometric sums // The Journal of Fourier Analysis and Applications. — 1995. — **2**, № 1. — P. 29–48.

[3] Белинский Э.С. Приближение "плавающей" системой экспонент на классах гладких периодических функций // Матем. сб. — 1987. — **132**, № 1. — С. 20–27.