

О.Й. Соколовський, З.Ю. Челбаєвський (Дніпропетровськ, Дніпропетровський національний університет)

До проблеми ефективних початкових умов Боголюбова-Греда в теорії нерівноважних процесів

Обговорюється суттєвий аспект методу скороченого опису нерівноважних процесів, розробленого Боголюбовим (див, наприклад, [1], де є посилання на його піонерські роботи). Основою цього метода є функціональна гіпотеза $\rho(t) \xrightarrow[t \gg \tau_0]{} \rho(\eta(t, \rho_0))$, яка описує структуру нерівноважного статистичного оператора (СО) системи $\rho(t)$ при великих часах ($\rho_0 \equiv \rho(t=0)$), $\rho(\eta)$ не залежить від ρ_0). Вона веде до замкнутого часового рівняння для параметрів скороченого опису (ПСО) $\eta_a(t, \rho_0)$

$$\dot{\eta}_a(t, \rho_0) = L_a(\eta(t, \rho_0)), \quad L_a(\eta) \equiv \text{Sp} \hat{\eta}_a \mathbf{L} \rho(\eta), \quad (1)$$

де $\mathbf{L}$ – оператор Ліувілля системи і $\dot{\rho}(t) = \mathbf{L} \rho(t)$. Визначені для великих часів ПСО $\eta_a(t, \rho_0)$ корисно продовжити як розв’язок рівняння (1) на часи $0 \leq t \leq \tau_0$ і встановити залежність так запроваджених ефективних початкових умов (ЕПУ) $\eta_a(0, \rho_0)$ від СО ρ_0 . Зрозуміло, що для реалізації скороченого опису очевидно достатньо знайти СО $\rho(\eta)$ та ЕПУ $\eta_a(0, \rho_0)$. Проблема обчислення цих умов може бути названа проблемою Боголюбова-Греда. Вона була поставлена функціональною гіпотезою Боголюбова. Основний якісний результат тут виражається формулою $\eta_a(0, \rho_0) \neq \text{Sp} \rho_0 \hat{\eta}_a$, яка констатує відмінність ЕПУ від точних початкових умов (досить загальний розгляд питання див. в [1]). Зазначимо, що внесок Греда у розв’язання проблеми ЕПУ стосується в основному їхнього обчислення при побудові рівнянь гідродинаміки на основі рівняння Больцмана (див., наприклад, [2]).

В рамках нашого дослідження ролі ЕПУ розглянуто питання про стандартну форму нерівноважного СО Зубарєва

$$\rho(\eta(t, \rho_0)) = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \rho(t, \varepsilon), \quad \rho(t, \varepsilon) \equiv \varepsilon \int_0^{+\infty} d\tau e^{\tau(\mathbf{L}-\varepsilon)} \rho_q(Y(\eta(t-\tau, \rho_0))). \quad (2)$$

Встановлено, що “лагранжеві множники” $Y_a(\eta)$ у квазірівноважному СО $\rho_q(Y(\eta))$ визначається не через точні початковими умовами $\text{Sp} \rho_q(Y(\eta)) \hat{\eta}_a = \eta_a$, а через відповідні ЕПУ $\eta_a(0, \rho_q(Y(\eta))) = \eta_a$. Нами також розглянуто проблему обчислення ЕПУ до рівнянь гідродинаміки при їхній побудові методом Чепмена-Енскога на основі кінетичного рівняння. Показано, що навіть для локально максвеллівського стану ефективні початкові умови відрізняються від точних.

Робота підтримувалася Державним фондом фундаментальних досліджень України (проект № 25.2/102).

- [1] Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. Методы статистической физики. — М.:Наука, 1977, 368 с.
 - [2] Черчиньяни К. Теория и приложения уравнения Больцмана. — М.:Наука, 1978, 496 с.
-