Н.В. Скрипник (ОНУ им. И.И.Мечникова, Одесса, Украина)

Теорема Красносельского - Крейна для нечетких дифференциальных уравнений

Введем в рассмотрение пространство $\mathbb{E}^n$ отображений $u : \mathbb{R}^n \to [0,1]$, удовлетворяющих следующим условиям: 1) $u-$ нормально; 2) $u-$ нечетко выпукло; 3) $u-$ полунепрерывно сверху; 4) замыкание множества $\{x \in \mathbb{R}^n : u(x) > 0\}$ компактно, с метрикой $D(u,v) = \sup\limits_{0\le\alpha\le1} h([u]^\alpha,[v]^\alpha)$, где $[u]^\alpha-$ α – срезка отображения $u \in \mathbb{E}^n$, $h(\cdot,\cdot)-$ расстояние по Хаусдорфу.

Теорема. Пусть для нечеткого дифференциального уравнения

$$x' = F(t,x,\lambda), \tag{1}$$

где нечеткое отображение $F(t,x,\lambda)$, принимающее значения в $\mathbb{E}^n$, определено при $0 \le t \le T, x \in G, G-$ ограниченная область в $\mathbb{E}^n, \lambda \in \Lambda, \Lambda-$ некоторое множество значений параметра λ, имеющее $\lambda_0 \in \Lambda$ предельной точкой, выполнены следующие условия:

а) нечеткое отображение $F(t,x,\lambda)$ равномерно ограничено, слабо непрерывно по t, равномерно непрерывно по x равномерно относительно t и λ;

б) нечеткое отображение $F(t,x,\lambda)$ интегрально непрерывно по λ в точке λ_0, т.е. для любых $0 \le t_1 < t_2 \le T$ и любого $x \in G$ выполняется условие:

$$\lim_{\lambda\to\lambda_0} D\left(\int_{t_1}^{t_2} F(s,x,\lambda)ds, \int_{t_1}^{t_2} F(s,x,\lambda_0)ds\right) = 0; \tag{2}$$

в) решения $x(t,\lambda_0)$ уравнения

$$x' = F(t,x,\lambda_0), \tag{3}$$

удовлетворяющие начальному условию $x(0,\lambda_0) = x_0 \in G' \subset G$, определены при $0 \le t \le T$ и лежат вместе с некоторой $\rho-$ окрестностью в области G.

Тогда каждому $\eta > 0$ соответствует такая окрестность $U(\lambda_0)$ точки λ_0, что при $\lambda \in U(\lambda_0)$ для любого решения $x(t,\lambda)$ уравнения (1), определенного при $0 \le t \le T$ и удовлетворяющего начальному условию $x(0,\lambda) = x_0$, существует такое решение $x(t,\lambda_0)$ уравнения (3), что справедливо неравенство

$$D(x(t,\lambda), x(t,\lambda_0)) < \eta, \quad 0 \le t \le T.$$