В.С. Ільків[1], *І.Я. Савка*[2] ([1] Національний університет "Львівська політехніка", [2] ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів)

δ-нормальність в околі некритичної точки алгебричного многовиду щодо дискримінанта многочлена

Нехай функція $L(\lambda, a, k)$ є многочленом степеня n, $n \geq 2$, за змінними λ та k, а саме $L(\lambda, a, k) \equiv \lambda^n + B_1(k)\lambda^{n-1} + \ldots + B_n(k) + a_1 k_1^n + \ldots + a_p k_p^n$, а $D(a, k)$ — дискримінантом $L(\cdot, a, k)$, де $B_j(k) = \sum\limits_{|s| \leq j} B_s^j k^s$, $s \in \mathbb{Z}_+^p$, $B_s^j \in \mathbb{R}$, $a = (a_1, \ldots, a_p) \in \mathbb{R}^p$, $k = (k_1, \ldots, k_p) \in \mathbb{Z}^p$. Вважаємо, що коефіцієнти B_s^j — довільні фіксовані числа, а вектор параметрів a належить алгебричному многовиду, який задається рівнянням

$$R(a) \equiv \sum_{|s| \leq d} \alpha_s a_1^{s_1} \ldots a_p^{s_p} = 0, \tag{1}$$

у просторі $\mathbb{R}^p$, де α_s — дійсні фіксовані числа, d — натуральне число.

Розглядається питання про можливість оцінки знизу степенем $\tilde{k}^{-\delta}$ величини $D(\cdot, k)$, $k \in \mathbb{Z}^p$, на многовиді (1) для деякого дійсного числа δ, де $\tilde{k} = (1 + k_1^2 + \ldots + k_p^2)^{1/2}$.

Оцінки такого типу використовуються для доведення існування розв'язку нелокальних крайових задач для диференціальних рівнянь із частинними похідними. Ці оцінки розглянуто у монографії [2] для випадку незалежних параметрів $a_1, \ldots, a_p$ та у роботі [1] — для випадку одновимірного гладкого многовиду (гладкої кривої).

Нехай точка $a^0 \in \mathbb{R}^p$ належить многовиду (1) і є некритичною точкою функції R. Нехай, наприклад, $\partial_{a_p} R(a)|_{a=a^0} \neq 0$. Тоді в деякому околі U точки a^0 многовид (1) можна однозначно задати як графік деякої функції $a_p = f(a_1, \ldots, a_{p-1})$. Таким чином, рівняння (1) задає $(p-1)$-вимірну поверхню M, де $M = \{a \in U : R(a) = 0\}$.

Означення 1. *Точка a із $\mathbb{R}^p$ називається δ-нормальною, якщо для всіх (крім скінченної кількості) векторів $k \in \mathbb{Z}^p$ виконується нерівність $|D(a, k)| \geq \tilde{k}^{-\delta}$.*

Означення 2. *Алгебричний многовид M називається δ-нормальним, якщо майже всі (стосовно міри Лебега на M) його точки є δ-нормальними.*

Теорема. *Нехай існують дійсні сталі $C > 0$ та ψ, що для будь-якого $(\xi, \eta) \in \mathbb{Z}^2$ виконуються нерівності $\left| \sum\limits_{m=0}^{d} (-1)^m \alpha_{\theta(q,m)} \xi^m \eta^{d-m} \right| \geq C(|\xi| + |\eta|)^\psi$, $q = 1, \ldots, p-1$, де $\theta(q, m) = (\underbrace{0, \ldots, 0}_{q-1}, d-m, 0, \ldots, 0, m) \in \mathbb{Z}_+^p$. Тоді многовид M є δ-нормальним при $\delta > (n-1)(n(d-\psi) + dp - n)$.*

Дослідження підтримані ДФФД України (Договір Ф-25/108).

[1] Ільків В.С. // Прикладні проблеми механіки і математики. — 2007. — № 5.

[2] Пташник Б.Й., Ільків В.С., Кміть І.Я., Поліщук В.М. Нелокальні крайові задачі для рівнянь із частинними похідними. — К.: Наук. думка, 2002.