

А.К. Рыбников (Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия)

Дифференциально–геометрические структуры, порождённые преобразованиями Ли–Бэклунда

Так называемые преобразования Ли–Бэклунда или, что то же, контактные преобразования высших порядков используются при изучении нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными с целью приведения дифференциальных уравнений к более простому виду. В нашей работе [1] контактные преобразования высших порядков рассматриваются как дифференциально–геометрические структуры и, следовательно, могут быть определены заданием поля геометрического объекта (фундаментального объекта). На возможность определения дифференцируемых отображений заданием фундаментального объекта указал Г.Ф. Лаптев в докладе на Международном конгрессе математиков в Ницце в 1970 г. (текст доклада см. в [2]).

Контактные преобразования порядка k ($k=1,2,\dots$) представляют собой частный случай диффеоморфизмов между многообразиями голономных k –струй $J^k E$ и $J^k E'$, где E и E' — $(n+1)$ –мерные расслоенные многообразия общего типа над n –мерными базами. Мы ограничиваемся для простоты рассмотрением случая $n=2$, $k=2$. Несмотря на то, что мы ограничиваемся контактными преобразованиями 2–го порядка (говоря точнее, контактными диффеоморфизмами многообразий 2–струй), полученные результаты нетрудно распространить на преобразования любого порядка.

Диффеоморфизм между многообразиями 2–струй $J^2 E$ и $J^2 E'$ (или, говоря короче, 2–диффеоморфизм) можно задать уравнениями Пфаффа, связывающими главные (базисные) дифференциальные формы этих многообразий. Главные формы в $J^2 E$ линейно выражаются через главные формы в $J^2 E'$ (и наоборот). Коэффициенты в этих линейных выражениях являются компонентами фундаментального объекта 2–диффеоморфизма. В случае, когда 2–диффеоморфизм — контактный, фундаментальный объект имеет весьма специальный вид. Его компоненты связаны рядом соотношений (см. [1]).

Рассмотрен также случай, когда 2–диффеоморфизм задан явными уравнениями, связывающими локальные координаты многообразий $J^2 E$ и $J^2 E'$. Выведены необходимые и достаточные условия, при которых диффеоморфизмы 2–го порядка, заданные явными уравнениями, являются контактными диффеоморфизмами (см. [1]).

[1] *Рыбников А.К.*, Дифференциально–геометрические структуры, определяющие преобразования Ли–Бэклунда. // ДАН–2009. — Т. 425, № 1. — С. 25–30.

[2] *Лаптев Г.Ф.*, К инвариантной теории дифференцируемых отображений. // Труды геометрического семинара. — Т. 6. — М.: ВИНТИ, 1974. — С. 37–42.
