

А.С. Романюк (Інститут математики НАН України, Київ, Україна)

Найкращі білінійні наближення функцій багатьох змінних з класів Бесова

Нехай $L_q(\pi_{2d})$, $q = (q_1, q_2)$ — множина функцій $f(x, y)$, $x, y \in \pi_d = \prod_{j=1}^d [-\pi; \pi]$ зі скінченною змішаною нормою

$$\|f(x, y)\|_{q_1, q_2} = \| \|f(\cdot, y)\|_{q_1} \|_{q_2}, \quad 1 \leq q_1, q_2 \leq \infty,$$

де спочатку обчислюється норма в просторі $L_{q_1}(\pi_d)$ по змінній $x \in \pi_d$, а потім від результату по змінній $y \in \pi_d$ в просторі $L_{q_2}(\pi_d)$.

Для $f \in L_q(\pi_{2d})$, $u_i \in L_{q_1}(\pi_d)$ і $v_i \in L_{q_2}(\pi_d)$ позначимо

$$\tau_M(f)_{q_1, q_2} = \inf_{u_i(x), v_i(y)} \|f(x, y) - \sum_{i=1}^M u_i(x) v_i(y)\|_{q_1, q_2}$$

— найкраще білінійне наближення функції $f(x, y)$. Для функціонального класу F покладемо

$$\tau_M(F)_{q_1, q_2} = \sup_{f \in F} \tau_M(f)_{q_1, q_2}. \quad (1)$$

В доповіді мова буде йти про поведінку величин (1) при умові, що $f(x) \in F$, а $\tau_M(f)_{q_1, q_2}$ визначається для функцій $2d$ змінних виду $f(x - y)$, $x, y \in \pi_d$. В якості класів F розглядаються класи функцій багатьох змінних $B_{p, \theta}^r$, $1 \leq p, \theta \leq \infty$, $r > 0$, які були введені О.В. Бесовим [1]. Наведемо одержаний результат.

Теорема. *Нехай $1 \leq \theta, q_2 \leq \infty$. Тоді*

$$\tau_M(B_{p, \theta}^r)_{q_1, q_2} \asymp \begin{cases} m^{-r/d+1/p-1/q_1}, & 1 \leq p \leq q_1 \leq 2, r > d(1/p - 1/q_1), \\ m^{-r/d}, & 2 \leq p \leq q_1 \leq \infty, r > d/2 \text{ або } 2 \leq q_1 \leq p \leq \infty, r > 0, \\ m^{-r/d+1/p-1/2}, & 1 \leq p < 2 < q_1 \leq \infty, r > d/p. \end{cases}$$

Зауважимо, що у випадку $\theta = \infty$ відповідні результати для класів $B_{p, \infty}^r = H_p^r$, де H_p^r — класи С.М. Нікольського [1], одержані В.М. Темляковим [2].

[1] Никольский С.М. Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. — М.: Наука, 1969. 480 с.

[2] Темляков В.Н. Приближение периодических функций многих переменных комбинациями функций, зависящих от меньшего числа переменных // Тр. Матем. ин-та им. В.А. Стеклова АН СССР. — 1986. — 173. — С. 243–252.