Н. В. Рева (Інститут математики НАН України, Київ)

Загальні крайові задачі з параметром для диференціальних рівнянь високого порядку

Розглянуто параметризовану числом $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$ сім'ю загальних крайових задач для скалярних лінійних диференціальних рівнянянь порядку $m \geqslant 2$:

$$z^{(m)}(t;\varepsilon) + a_{m-1}(t;\varepsilon)z^{(m-1)}(t;\varepsilon) + ... + a_0(t;\varepsilon)z(t;\varepsilon) = \varphi(t;\varepsilon), \tag{1}$$

$$l_{i,\varepsilon}z(t;\varepsilon) = c_{i,\varepsilon}, \quad i = \overline{1,m}, \tag{2}$$

де коефіцієнти $a_j(\cdot;\varepsilon), j = \overline{0,m-1}$, та праві частини рівнянь $\varphi(\cdot;\varepsilon)$ належать комплексному банаховому простору L_1, числа $c_{i,\varepsilon} \in \mathbb{C}$, а лінійні неперервні функціонали

$$l_{i,\varepsilon} \in (C^{m-1})^*, \quad i = \overline{1,m}.$$

Під розв'язком крайової задачі (1), (2) розуміємо функцію $z(t;\varepsilon) \in W_{1,m}$, яка задовольняє диференціальне рівняння (1) майже скрізь на відрізку $[a,b]$ та крайові умови (2).

Припущення $\mathcal{E}$. *Однорідна гранична крайова задача з $\varepsilon = 0$ має лише тривіальний розв'язок.*

Теорема 1. *Нехай виконуються припущення $\mathcal{E}$ і при $\varepsilon \to +0$ — такі умови:*

1) $\|a_j(\cdot;\varepsilon)\|_1 \leqslant c < \infty, \quad j = \overline{0,m-1}$;
2) $\|a_j^{\vee}(\cdot;\varepsilon) - a_j^{\vee}(\cdot;0)\|_\infty \to 0, \quad j = \overline{0,m-1}$;
3) $\|\varphi(\cdot;\varepsilon)\|_1 \leqslant c < \infty$;
4) $\|\varphi^{\vee}(\cdot;\varepsilon) - \varphi^{\vee}(\cdot;0)\|_\infty \to 0$;
5) $c_{i,\varepsilon} \to c_{i,0}, \quad i = \overline{1,m}$;
6) *лінійні функціонали $l_{i,\varepsilon}$ сильно збігаються до $l_{i,0}, \quad i = \overline{1,m}$.*

Тоді для достатньо малих $\varepsilon > 0$, розв'язки задач (1), (2) *однозначно визначені і задовольняють граничне співвідношення*

$$\|z(\cdot;\varepsilon) - z(\cdot;0)\|_{C^{m-1}} \to 0, \quad \varepsilon \to +0.$$

Теорема 2. *Якщо в рівнянні (1) коефіцієнт $a_{m-1}(\cdot)$ при $(m-1)$-й похідній не залежить від параметра ε, то умови 1) та 3) в формулюванні теореми 1 можна усунути.*