

Н.П. Процах (Нац. лісотех. ун-т України, Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів, Україна)

Розв'язність мішаної задачі для ультрапараболічного рівняння в нециліндричній області

Нехай Ω – обмежена область в $\mathbb{R}^n$ з межею $\partial\Omega \in C^1$, $T \in (0, \infty)$, $\alpha \in C^1([0, T])$, $\alpha(0) = 1$, $\alpha(t) > 0$, $\alpha'(t) \leq 0$, $Q_T = \{(x, y, t) : x \in \Omega, 0 < y < \alpha(t), 0 < t < T\}$, $Q = Q_\infty$, $\Sigma_T = \{(x, y, t) : x \in \partial\Omega, 0 < y < \alpha(t), 0 < t < T\}$.

В нециліндричній області Q_T розглянемо мішану задачу

$$u_t - \lambda(x, y, t)u_y - \sum_{i=1}^n (a_i(x, y, t)u_{x_i})_{x_i} + c(x, y, t)u + g(x, y, t, u) + g_1(x, y, t, u) = f(x, y, t), \quad (1)$$

$$u|_{y=\alpha(t)} = 0, \quad u|_{\Sigma_T} = 0, \quad u(x, y, 0) = u_0(x, y), \quad (x \in \Omega, 0 < t < T.) \quad (2)$$

де 1) $a_i \in C(Q_T)$, $a_i \geq a_0$ для майже всіх $(x, y, t) \in Q_T$ та всіх $i \in \{1, \dots, n\}$, a_0 – додатна стала;

2) $g(x, y, t, \xi)$ вимірна за змінними (x, y, t) в області Q_T для всіх $\xi \in \mathbb{R}^1$, неперервна за ξ для майже всіх $(x, y, t) \in Q_T$; $(g(x, y, t, \xi) - g(x, y, t, \eta))(\xi - \eta) \geq g_0|\xi - \eta|^p$, $|g(x, y, t, \xi)| \leq g^0|\xi|^{p-1}$, для майже всіх $(x, y, t) \in Q_T$ та всіх $\xi, \eta \in \mathbb{R}^1$, де g_0, g^0 – додатні сталі, $p > 2$;

3) $g_1(x, y, t, u) = \int_0^t K(t-s)u(x, y, s) ds$, де $K > 0$, $K' \leq 0$.

Отримано умови існування та єдиності узагальненого розв'язку задачі (1), (2) в областях Q_T та Q . Встановлено умови, за яких виконується оцінка $\int_0^{\alpha(\tau)} \int_\Omega u^2 dx dy \leq$

$e^{-\lambda_0 \tau} \int_0^1 \int_\Omega u_0^2 dx dy$, де стала λ_0 залежить від коефіцієнтів рівняння (1) та функцій α і K .
